روش FGP برای حل جزء به جزء مسائل تصمیم گیری چند هدفه با استفاده از GA با انتخاب تورنومنت (رقابتی) و نقطه تقاطع ریاضی

چکیده

این مقاله یک الگوریتم ژنتیک مؤثر (GA) مبتنی بر برنامه نویسی آرمانی فازی (FGP) برای مدلسازی و حل مسائل تصمیم گیری چند هدفه ($MODM$) با معیارهای کسری را ارائه می دهد. در روش پیشنهادی، GA، با الهام از انتخاب طبیعی و ژنتیک های جمعیت، در ابتدا برای جستجوی راه حل ها در مراحل مختلف معرفی می شود و در نتیجه مسأله را حل می نماید. در طرح GA پیشنهادی، طرح انتخاب تورنومنت، نقطه تقاطع ریاضی و جهش یکنواخت برای جستجوی یک راه حل رضایت بخش در محیط تصمیم گیری پیچیده اتخاذ شده است. برای نشان دادن پتانسیل استفاده از این رویکرد، یک مثال عددی حل شده است و با راه حل های به دست آمده در مطالعات قبلی مورد مقایسه قرار گرفته است.

1- مقدمه

برنامه نویسی جزء به جزء (کسری)، توسط چارنز و کوچر [1] معرفی شده است، به عنوان یک زمینه خاص از این پژوهش در زمینه برنامه نویسی غیر خطی به طور گسترده توسط *Bitran* و *Novaes* [2]، کراون [3] و سایرین در گذشته مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین با توجه به ماهیت چند هدفه بسیاری از مسائل تصمیم گیری در زندگی واقعی، برنامه نویسی جزء به جزء (کسری) با بسیاری از اهداف توسط *Kornbluth* و *Steuer* [4] و سایر محققان پیشگام در این زمینه، مطالعه شده است. در بسیاری از روش هایی که تاکنون در گذشته توسعه یافته است، روش خطی سازی مورد بحث، توسط چارنز کوپر [1]، برای حل مسائل برنامه نویسی کسری گسترش یافته است.

در مقابل برای برنامه نویسی کسری تک هدفه، مسائل برنامه نویسی کسری چند هدفه ($MOFP$) هنوز هم به طور گسترده در مقالات منتشر می شود.

روش های برنامه نویسی هدف (GP) [5]، [6]، به عنوان ابزارهای برجسته برای حل مسائل $MODM$، برای تجزیه و تحلیل اهداف کسری در محیط تصمیم گیری مجعد، مورد مطالعه قرار گرفته است [7].

با این حال، در بسیاری از وضعیت های تصمیم گیری چند هدفه در زندگی واقعی، تصمیم گیرندگان (DM ها)، اغلب با مسائلی از تنظیم سطوح آرمانی دقیق برای اهداف خود با توجه به ماهست مبهم پارامترهای مدل درگیر با مسائل عملی، مواجه هستند. برای غلبه بر چنین وضعیتی، تئوری مجموعه فازی (FST) [8]، [9] برای مسائل تصمیم گیری استفاده شده است که شامل داده های مبهم می باشد.

در حال حاضر، روش های تقریب خطی [7]، به طور متداول برای مسائل تصمیم گیری تک هدفه و همچنین مسائل تصمیم گیری چند هدفه با اهداف کسری مورد استفاده قرار می گیرد. اما یک مشکل محاسباتی بزرگ در فرایند حل با توجه به نوع داده های بزرگ از مسائل، مطرح می شود و به این ترتیب خطاهای تقریبی ذاتی در فرایند جستجوی تصمیم از مسائل $MODM$ اتفاق می افتد. برای غلبه بر چینن وضعیتی در یک محیط تصمیم گیری، GA [10]، [11]، یک روش محاسباتی الهام گرفته شده زیستی، به عنوان ابزار برجسته ای برای تجزیه و تحلیل مسائل تصمیم گیری چند هدفه ظاهر می شود. روشهای GA برای مسائل مختلف دنیای واقعی در گذشته مورد بررسی قرار گرفته است. استفاده از GA برای چارچوب های مختلف از چندین مسأله و همچنین پیاده سازی برای مسائل زندگی واقعی با معیارهای کسری توسط پال و همکاران [12]، [13]، در گذشته مورد مطالعه قرار گرفته است. اما اکتشاف استفاده از بالقوه از GA برای مسائل $MODM$ در مراحل اولیه است. علاوه بر این، توسعه روش شناختی GA مبتنی بر رویکردهایی برای مسائل $MODM$ کلی، هنوز در مقالات منتشر می شود.

این مقاله، کاربردهای کارآمد روش GA را برای چارچوب کلی از فرمول بندی FGP یک مسأله $MODM$ را نشان می دهد. در مدل پیشنهادی، در ابتدا، اهداف کسری به اهداف فازی با تخصیص سطوح آرمانی فازی به هر یک از آنها با استفاده از طرح GA، تبدیل می گردد. سپس، توابع عضویت برای اندازه گیری درجه تحقق اهداف فازی با تعریف محدوده تحمل خطا برای دستیابی به هدف ساخته می شود. در مدل FGP اجزایی، حداقل متغیرهای تحت انحراف از اهداف عضویت تعریف شده با بالاترین مقدار عضویت (پیوستگی) به عنوان سطوح مطلوب (آرمانی) از آنها

بر اساس اوزان نسبی اهمیت دستیابی به هدف در نظر گرفته شده است. در فرایند حل مسأله، طرح GA مکرراً برای دستیابی به یک راه حل متعادل از اهداف در وضعیت $MODM$ استفاده شده است.

در فرایند جستجوی راه حل، تصمیم بهینه از مسأله تحت چارچوب FGP وزن دار، از طریق طرح GA پیشنهادی، تعیین شده است.

2- فرمول بندی مسأله

فرمت کلی مسأله $MOFP$ با ارزش واقعی می تواند به صورت زیر بیان شود:

یافتن $X(x_1, x_2, ..., x_n)$، بطوری که:

به حداکثر برسد $Z_k(X), \qquad k \in K_1$

و $\text{Minimize} \;\; Z_k(X), \qquad k \in K_2$ به حداقل برسد

منوط به اینکه $X \in S = \left\{ X \in R^n \mid AX \begin{pmatrix} \le \\ = \\ \ge \end{pmatrix} b, X \ge 0, b \in R^m \right\}$ (1).

که در آن A، یک ماتریس ضریب و b یک بردار منبع است. فرض بر این است که منطقه محتمل S، تهی نمی باشد $(S \neq \Phi)$ و $K_1 \bigcup K_2 = \{1,2,..,K\}$ با $K_1 \bigcap K_2 = \Phi$ می باشد.

در حال حاضر، در زمینه برنامه نویسی فازی، یک سطح آرمانی غیر دقیق به هر یک از اهداف اختصاص داده می شود و حد تحمل خاص برای دستیابی به سطح آرمانی مربوطه در نظر گرفته شده است.

در مسأله پیشنهادی، از آنجا که اهداف به شکل کسری هستند، یک طرح GA در فرایند جستجوی راه حل برای تخصیص سطح آرمانی فازی معرفی شده است و سپس تحمل خطابه هر یک از آنها محدود می گردد.

طرح GA در فرایند حل مسأله استفاده شده است که در ادامه در بخش 3 ارائه شده است.

3- طرح GA برای مسائل $MOFP$

در مقالات مربوط به GA، انواع طرح ها [10، 11]، برای تولید جمعیت جدید با استفاده از عملگرهای مختلف وجود دارد: انتخاب، نقطه تقاطع و جهش. در طرح GA حاضر، نمایش مقدار حقیقی راه حل های کاندید در فرایند ارزیابی

مسأله در نظر گرفته شده است. طرح انتخاب رقابتی در [10]، نقطه تقاطع ریاضی [11] و عملیات جهش یکنواخت برای تولید نسل در جمعیت جدید در حوزه جستجوی تعریف شده در محیط تصمیم گیری، اتخاذ شده است.

گام های پایه طرح GA اتخاذ شده در فرایند جستجوی راه حل در مراحل الگوریتمی زیر نشان داده شده است.

گام ا: بازنمایی و مقدار دهی اولیه

در طرح GA حاضر، بازنمایی مقادیر حقیق از راه حل های کاندید، به عنوان مثال، کروموزوم های کد گذاری شده واقعی در فرایند ارزیابی مسأله در نظر گرفته شده است. اجازه دهید 'E'، کروموزوم در یک جمعیت را نشان دهد. اندازه جمعیت توسط pop_size تعریف شده است. جمعیت اولیه به طور تصادفی در حوزه مجموعه محتمل تعریف شده در معادله (1) تولید شده است.

گام 2: مقدار برازندگی هر کروموزم با ارزیابی یک تابع هدف مشخص می شود. تابع برازندگی به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\text{eval}\,(E_v) = (Z)_v = \sum_{k=1}^{K} \{w_k^- d_k^-\}_v, \quad v = 1,2,\ldots, pop-size, \tag{2}$$

که در آن، $(Z)_v$ تابع هدف DM را نشان می دهد و زیر نویس v برای نشان دادن مقدار برازندگی v امین کروموزوم استفاده شده است، $v = 1,2,\ldots,\ pop\_size$.

بهترین کروموزم با بالاترین مقدار برازندگی در هر نسل به صورت زیر تعیین می شود:

$$E^* = \max\{\text{eval}(E_v) \mid v = 1,2,\ldots, pop\_size\}$$
$$\text{or,}\ E^* = \min\{\text{eval}(E_v) \mid v = 1,2,\ldots, pop\_size\},$$

که به جستجوی حداکثر یا حداقل مقدار یک تابع بستگی دارد.

گام 3: انتخاب

Selecton، یک روش انتخاب یک فرد از یک جمعیت از افراد در یک فرایند جستجوی GA می باشد. در انتخاب تورنمنت [10]، چندین «تورنومنت» در میان چندین فرد اجرا می شود که به تصادف از جمعیت انتخاب شده است.

بهترین کروموزوم از هر تورنومنت برای نقطه تقاطع انتخاب می شود. بهره وری این طرح به اندازه تورنمنت بستگی دارد. با افزایش اندازه تورنومنت، افراد ضعیف، شانس کمتری برای انتخاب شدت دارند. در طرح حاضر، انتخاب تورنتومنت با 4 اندازه تورنومنت برای انتخاب شدن را دارند. در طرح حاضر، انتخاب تورنومنت با 4 اندازه تورنومنت برای انتخاب دو والد با هدف جفت گیری در فرایند جستجوی ژنتیک مورد استفاده قرار گرفاه است.

گام 4: نقطه تقاطع ($Crossover$)

پارامتر p_c، به عنوان احتمال نقطه تقاطع تعریف می شود. عملیات نقطه تقاطع ریاضی در [14] از یک سیستم ژنتیک در اینجا از این نقطه نظر به کار رفته است که نتایج حاصل از تولید نسل همیشه مجموعه محدودیت های سیستم، S، را برآورده می سازد. در اینجا یک کروموزوم به عنوان یک والد برای یک عدد تصادفی تعریف شده $r \in [0,1]$ انتخاب شده است، اگر $r < p_c$ برآورده شود.

نقطه تقاطع ریاضی برای دو والد E_1 و $E_2 \in S$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$E_1^1 = \alpha_1 \ E_1 + \ \alpha_2 \ E_2 , \ E_1^2 = \ \alpha_2 \ E_1 + \ \alpha_1 \ E_2 ,$$

برای تولید دو نسل E_1^1 و E_1^2 $(E_1^1 \ and \ E_1^2 \in S)$، که در آن $\alpha_1, \alpha_2 \geq 0$ با $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ می باشد.

گام 5: جهش

عملیات جهش بر روی جمعیت بعد از انجام عملیات $Crossover$ به کار می رود. این یک یا چند ژن از کروموزوم انتخاب شده را تغییر می دهد تا مواد ژنتیک را مجدد تعریف نماید. مانند طرح GA متداول، یک پارامتر Mp از سیستم ژنتیک به عنوان احتمال جهش تعریف شده است. عملیات جهش یکنواخت انجام می شود.

گام 6: اجرای فرایند اختتامیه کلی، زمانی که تابع هدف به یک محدوده از تحمل خطای خاص در فرایند جستجوی راه حل می رسد.

شبه کد الگوریتم ژنتیک استاندارد به صورت زیر ارائه شده است:

جمعیت کروموزوم ها $E(x)$ را مقدار دهی اولیه کن.

جمعیت اولیه را با محاسبه اندازه برازندگی آن، ارزیابی کن.

تا زمانی که معیار پایانی درست نباشد، مراحل زیر را انجام بده

$x := x + 1$

$E(x+1)$ را از $E(x)$ انتخاب کن.

عملیات نقطه تقاطع $E(x+1)$

عملیات جهش $E(x+1)$

ارزیابی $E(x+1)$

پایان حلقه *while*

اکنون، فرمول بندی مدل مسأله در بخش 4 توصیف می شود.

4- فرمول بندی مدل *FGP*

در وضعیت تصمیم گیری حاضر، بهترین راه حل منحصر بفرد از هر هدف به صورت سطوح آرمانی فازی از اهداف در نظر گرفته شده است و آنها با به کار گیری طرح *GA* پیشنهادی تعیین می شوند.

اجازه دهید $Z^*_{B_{1k}}$ و $Z^*_{B_{2k}}$، بهترین راه حل به ترتیب دو نوع از اهداف باشد، که در آن:

$$Z^*_{B_{1k}} = \underset{X \in S}{\text{Max}}\; Z_k(X), \qquad k \in K_1 \tag{3}$$

و

$$Z^*_{B_{2k}} = \underset{X \in S}{\text{Min}}\; Z_k(X), \qquad k \in K_2 \tag{4}$$

سپس، اهداف هدف فازی می تواند به صورت زیر به دست آید:

$$Z_k(X) \quad \gtrsim Z^*_{B_{1k}}, \qquad k \in K_1 \tag{5}$$

$$\text{and} \quad Z_k(X) \quad \lesssim Z^*_{B_{2k}}, \qquad k \in K_2 \tag{6}$$

که در آن، $\gtrsim$ و $\lesssim$ به فازی سازی سطوح آرمانی در [7] اشاره دارد. در حال حاضر، در وضعیت تصمیم گیری چند هدفه، از آنجا که اهداف اغلب برای دستیابی به هدفهای فردی در تضاد هستند، یک سطح تحمل خاص برای دستیابی به هدف مورد نیاز داده شده است که یک تصمیم رضایت بخش کلی تحت محدودیت های سیستم داده شده در زمینه تصمیم گیری را ایجاد می کند.

برای ایجاد یک تعادل مناسب از تحقق هدف، بدترین مقادیر تابع هدف فردی به صورت حد تحمل پایین تر از اهداف هدف در نظر گرفته شده است.

اجازه دهید $Z_{L_{1k}}$ و $Z_{L_{2k}}$ بدترین مقادیر تابع از اهداف مربوطه باشد که در آن،

$$Z_{L_{1k}} = \underset{X\in S}{\mathrm{Min}}\ Z_k(X), \qquad k \in K_1$$
$$\text{and} \qquad Z_{L_{2k}} = \underset{X\in S}{\mathrm{Max}}\ Z_k(X), \qquad k \in K_2 \tag{7}$$

سپس، خصوصیات توابع عضویت برای دستیابی به هدفی از اهداف در محدوده تحمل مشخص شده در وضعیت تصمیم گیری در بخش 4-1 در زیر ارائه شده است.

4-1- خصوصیات تابع عضویت

اجازه دهید $\mu_k(X)$ نمایش تابع عضویت از K امین هدف فازی باشد. سپس، برای نوع محدودیت $\gtrsim$، $\mu_k(X)$ شکل زیر را به دست می آورد:

$$\mu_k(X) = \begin{cases} 1 & , \quad \text{if } Z_k(X) \ge Z^*_{B_{1k}} \\ \dfrac{Z_k(X) - Z_{L_{1K}}}{t_{1k}} & , \quad \text{if } Z_{L_{1k}} \le Z_k(X) < Z^*_{B_{1k}} \\ 0 & , \quad \text{if } Z_k(X) < Z_{L_{1k}} \end{cases} \tag{8}$$

که در آن، $t_{1k} = (Z^*_{B_{1k}} - Z_{L_{1K}})$ محدوده تحمل برای دستیابی به K امین هدف فازی $k \in K_1$ است.

به طور مشابه، برای نوع محدودیت $\lesssim$ ، $\mu_k(X)$ به صورت زیر ظاهر می شود:

$$\mu_k(X)=\begin{cases} 1 & , \quad \text{if } Z_k(X)\le Z^*_{B_{2k}} \\ \dfrac{Z_{L_{2K}}-Z_k(X)}{t_{2k}} & , \text{ if } Z^*_{B_{2k}}<Z_k(X)\le Z_{L_{2k}} \\ 0 & , \quad \text{if } Z_k(X)>Z_{L_{2k}} \end{cases} \tag{9}$$

که در آن، $t_{2k}=(Z_{L_{2k}}-Z^*_{B_{2k}})$ محدوده تحمل برای دستیابی به k امین هدف فازی، $k\in K_2$ است.

اکنون، فرمول بندی مدل FGP مسأله برای توابع عضویت تعریف شده در بخش 4-2 در زیر ارائه شده است.

4-2- حداقل مجموع مدل FGP

در فرایند فرمول بندی مدل FGP مسأله، توابع عضویت به اهداف عضویت با اختصاص بالاترین مقدار عضویت (پیوستگی) به عنوان سطح آرمانی و معرفی متغیرهای انحرافی پایین و بالا به هر یک از آنها، تبدیل شده است.

در حداقل مجموع FGP، به حداقل رساندن مجموع متغیرهای تحت انحراف اهاف عضویت در تابع دستیابی به هدف بر اساس اوزان نسبی اهمیت، دستیابی به سطوح هدف آرمانی، در نظر گرفته شده است.

حداقل مجموع مدل FGP کلی می تواند به صورت [7] ارائه شود:

$$\begin{aligned} &\text{Find } X(x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad \text{so as to} \\ &\quad \text{Minimize } Z=\sum_{k=1}^{K} w_k^- d_k^- \\ &\quad \text{and satisfy} \quad \frac{Z_k(X)-Z_{L_{1K}}}{t_{1k}}+d_k^- - d_k^+ = 1 \\ &\qquad\qquad\qquad \frac{Z_{L_{2K}}-Z_k(X)}{t_{2k}}+d_k^- - d_k^+ = 1 \\ &\qquad\qquad\qquad d_k^-, d_k^+ \ge 0, \quad k=1,2\ldots\ldots K \\ &\quad \text{subject to the given system constraints in (1),} \end{aligned} \tag{10}$$

در اینجا، d_k^-, d_k^+ به ترتیب متغیر های تحت انحرافی و بر روی انحرافی، از k امین هدف عضویت می باشد، Z تابع تحقق هدف شامل متغیرهای تحت انحرافی وزن دار را نشان می دهد که در آن اوزان عددی w_k^-، اوزان نسبی اهمیت دستیابی به اهداف در سطوح آرمانی را نشان می دهد، و به صورت زیر تعیین می شود:

$w_k^- = \dfrac{1}{t_{1k}}$ ، برای عبارت هدف در (5) تعریف شده است،

$w_k^- = \frac{1}{t_{2k}}$ ، برای عبارت هدف در (6) تعریف شده است.

استفاده کارآمد از روش پیشنهادی توسط یک مثال عددی نشان داده شده است.

5- مثال عددی

مسأله *MODM* کسری زیر، در نظر گرفته شده است:

$X(x_1, x_2)$ را پیدا کن، بطوری که:

$$\begin{aligned}
&\text{Minimize} \quad Z_1 = \frac{12x_1 - 10.95x_2 - 19.05}{x_1 - 2x_2 + 1},\\
&\text{Minimize} \quad Z_2 = \frac{5x_1 + 6x_2 + 4}{x_1 + 2x_2},\\
&\text{Maximize} \quad Z_3 = \frac{8x_1 + 5.9x_2}{x_1 - 2x_2 + 2},\\
&\text{Maximize} \quad Z_4 = \frac{12x_1 - x_2 + 2}{x_1 + 1},\\
&\qquad \text{Subject to}\\
&\qquad\qquad x_1 + 2x_2 \le 12,\\
&\qquad\qquad x_1 \le 9,\\
&\qquad\qquad x_2 \le 6,\\
&\qquad\qquad x_1, x_2 \ge 0.
\end{aligned}$$

GA با استفاده از جعبه ابزار بهینه سازی تحت متلب (*MATLAB R 2010a*) پیاده سازی شده است که در مراحل مختلف برای ارزیابی مسأله به کار می رود. این اجرا در پنتیوم 4 اینتل با پردازنده 2.66 گیگا هرتزی در هر پالس کلاک و حافظه 3 گیگابایتی ایجاد شده است. مقادیر پارامتر مورد استفاده در حل الگوریتم ژنتیک در جدول 1 داده شده است.

Parameter	Value
Selection	Tournament
Crossover function	Arithmetic
Tournament size	4
Crossover probability	0.8
Mutation Probabiliy	0.06
Stopping criteria	Constraint tolerance

جدول 1: مقادیر پارامتر مورد استفاده در GA

سپس، رویه زیر بهترین و بدترین مقادیر منحصر بفرد از اهداف متوالی را به صورت زیر به دست می آورد:

$$\text{(i)}\quad Z^*_{B_{21}} = 8.5608, \quad Z_{L_{21}} = 10.3607$$
$$\text{(ii)}\quad Z^*_{B_{22}} = 4.833, \quad Z_{L_{22}} = 5.4962$$
$$\text{(iii)}\quad Z^*_{B_{13}} = 10.1062, \quad Z_{L_{13}} = 6.4108$$
$$\text{(iv)}\quad Z^*_{B_{14}} = 11.2308, \quad Z_{L_{14}} = 10.7882$$

پس از آن، نتایج حاصل از حداقل مجموع مدل FGP به صورت زیر ظاهر می شود:

$$Z_1 : \frac{12x_1 - 10.95x_2 - 19.05}{x_1 - 2x_2 + 1} \lesssim 8.5608$$
$$Z_2 : \frac{5x_1 + 6x_2 + 4}{x_1 + 2x_2} \lesssim 4.833$$
$$Z_3 : \frac{8x_1 + 5.9x_2}{x_1 - 2x_2 + 2} \gtrsim 10.1062$$
$$Z_4 : \frac{12x_1 - x_2 + 2}{x_1 + 1} \gtrsim 11.2308$$

اکنون، حد تحمل خطا برای بدترین مقادیر از اهداف تعریف می شود و رویه زیر دنبال می گردد، توابع عضویت اهداف فازی به طور متوالی به صورت زیر به دست می آید:

$$\mu_{Z_1} = \frac{10.3607 - \dfrac{12x_1 - 10.95x_2 - 19.05}{x_1 - 2x_2 + 1}}{1.8},$$

$$\mu_{Z_2} = \frac{5.4962 - \dfrac{5x_1 + 6x_2 + 4}{x_1 + 2x_2}}{0.6632},$$

$$\mu_{Z_3} = \frac{\dfrac{8x_1 + 5.9x_2}{x_1 - 2x_2 + 2} - 6.4108}{3.7},$$

$$\mu_{Z_4} = \frac{\dfrac{12x_1 - x_2 + 2}{x_1 + 1} - 10.7882}{0.4426}.$$

(12)

سپس، نتایج حاصل از حداقل مجموع مدل FGP به صورت زیر ظاهر می گردد:

Find (x_1, x_2) so as to

$$\text{Minimize } Z = \frac{1}{1.8}d_1^- + \frac{1}{0.6632}d_2^- + \frac{1}{3.7}d_3^- + \frac{1}{0.4426}d_4^-$$

و محدودیت های هدف تابع عضویت برآورده می شود:

$$\frac{10.3706 - \dfrac{12x_1 - 10.95x_2 - 19.05}{x_1 - 2x_2 + 1}}{1.8} + d_1^- - d_1^+ = 1,$$

$$\frac{5.4962 - \dfrac{5x_1 + 6x_2 + 4}{x_1 + 2x_2}}{0.6632} + d_2^- - d_2^+ = 1,$$

$$\frac{\dfrac{8x_1 + 5.9x_2}{x_1 - 2x_2 + 2} - 6.4108}{3.7} + d_3^- - d_3^+ = 1,$$

$$\frac{\dfrac{12x_1 - x_2 + 2}{x_1 + 1} - 10.7882}{0.4426} + d_4^- - d_4^+ = 1.$$

(13)

منوط به محدودیت های سیستم داده شده در معادله (11) می باشد.

تابع هدف Z در معادله (13) به صورت تابع ارزیابی در فرایند جستجوی GA از حل مسأله ظاهر می شود.

تابع ارزیابی برای تعیین برازندگی یک کروموزوم به صورت زیر ظاهر می گردد:

$$\text{eval}\,(E_v) = (Z)_v = \sum_{k=1} \{\mathrm{w}_k^- \mathrm{d}_k^-\}_v, \quad v = 1,2,\ldots, pop-size, \tag{14}$$

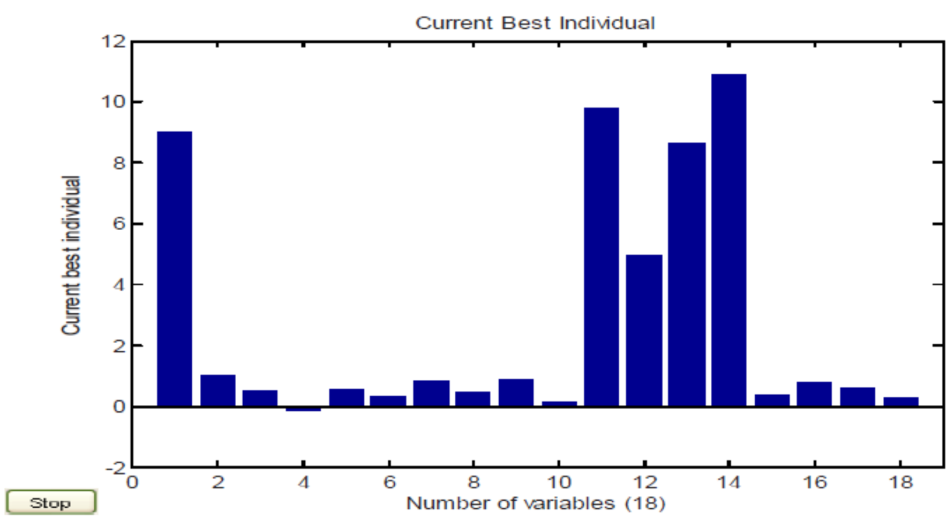
که در آن، $(Z)_v$ برای نمایش تابع تحقق Z در معادله (13) برای اندازه گیری مقدار برازندگی v امین کروموزوم در فرایند تصمیم گیری مورد استفاده قرار می گیرد.

بهترین مقدار هدف (Z^*) برای برازنده ترین کروموزوم در یک نسل در فرایند جستجوی راه حل به صورت زیر تعیین شده است:

$$E^* = \min\{\text{eval}(E_v) \,|\, v = 1,2,\ldots, pop\_size\}, \tag{15}$$

مقادیر به دست آمده از اهداف $(Z_1, Z_2, Z_3, Z_4) = (9.7493, 4.999, 8.6557, 10.8997)$، با مقادیر عضویت نسبی $(0.3451, 0.7481, 0.6067, 0.2520)$ می باشد.

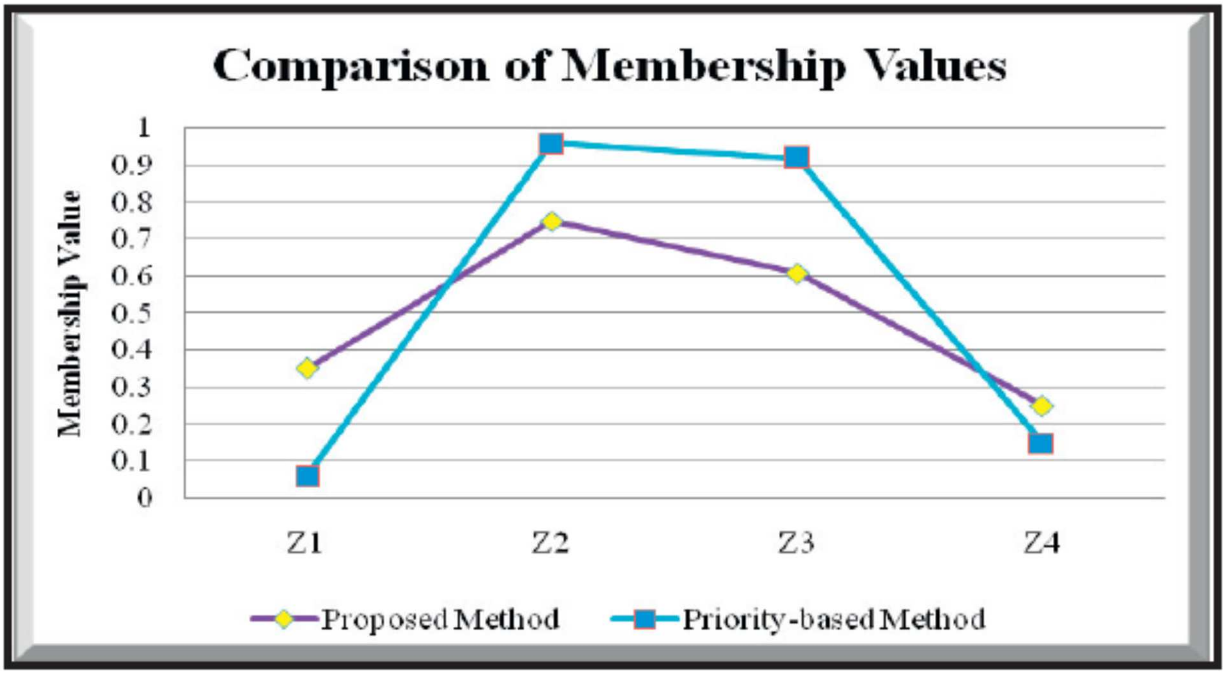
ترسیم بهترین افراد از جعبه ابزار بهینه سازی متلب در شکل 1 ارائه شده است.



شکل 1: ترسیم بهترین افراد از جعبه ابزار بهینه سازی متلب

شکل 1، نمودار خروجی بهترین افراد از جعبه ابزار بهینه سازی را نشان می دهد. در نوار اول در شکل 1، متغیرهای تصمیم گیری وجود دارند، $x1$ و $x2$ به ترتیب 8 نوار آخر مقادیر هدف (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4) و مقادیر عضویت به دست آمده $(\mu_{Z_1}, \mu_{Z_2}, \mu_{Z_3}, \mu_{Z_4})$ از مسأله می باشد.

توابع عضویت به دست آمده تحت روش پیشنهادی و روش اولویت پایه در شکل 2 نشان داده شده است.



شکل 2: مقایسه مقادیر عضویت به دست آمده از اهداف

نتایج نشان می دهد که یک توزیع بهتر از تصمیم گیری در اینجا از نقطه نظر مقادیر اهداف آرمانی بر اساس نیازها و خواسته های DM در محیط تصمیم گیری به دست می اید.

نکته 1: مقادیر پارامتر GA در جدول 1 از نتایج آزمون اتخاذ شده است. در اینجا، تنظیمات پارامتر به خصوص برای جلوگیری از هر گونه همگرایی زود رس با تصمیم گیری زیر بهینه و افزایش قابل توجه در تعداد نسل در افق تصمیم گیری می باشد. آزمایشات با مقادیر مختلف از احتمال نقطه تقاطع (Pc) و احتمال جهش (Pm) در محدوده $(0.6 \le p_c \le 0.9)$ و $(0.03 \le p_m \le 0.8)$ با طرح GA پیشنهادی ایجاد شده است. این برداشت می شود که $p_c = 0.8$ و $p_m = 0.06$ در فرایند جستجوی تصمیم، موفقیت آمیزترین می باشند. دوباره، استفاده از

نقطه تقاطع ریاضی، بهره وری GA را افزایش می دهد، همانطور که هیچ نیازی وجود ندارد که کروموزوم به باینری تبدیل شود و حافظه و زمان مورد نیاز برای اجزای مسأله از دست برود. با این حال، قابل ذکر است که در اینجا، انتخاب مقادیر پارامتر GA به شدت به خصوصیات و همچنین اندازه مسأله در محیط تصمیم گیری وابسته است.

6- نتیجه گیری

مزیت اصلی رویکرد راه حل GA، به مدل $minsum\ FGP$ مسأله، این است که درجه بالاتری از رضایت راه حل می تواند بر اساس نیازها و خواسته های DM در محیط تصمیم گیری جستجو شود. دوباره، بار محاسباتی با استفاده از تکنیک خطی سازی مرسوم می تواند در اینجا با استفاده از طرح GA پیشنهادی، اجتناب شود. این رویکرد می تواند بهسادگی به مسائل $MODM$ پیچیده در زندگی واقعی گسترش پیدا کند. در پژوهش های آینده، روش پیشنهادی می تواند برای حل مسائل تصمیم گیری سلسله مراتبی در مقیاس بزرگ در یک محیط نامشخص توسعه یابد. با این حال، امید است که روش پیشنهادی زمینه های بسیار جدیدی برای پژوهش در عرصه $MODM$ نادرست جاری، باز نماید.