

## مدل های شار نشت ترانسفورماتور برای ناپایداری های الکترومغناطیسی: بررسی انتقادی و

### اعتبارسنجی یک مدل جدید

#### چکیده

این مقاله شواهدی تجربی از اعتبارسنجی مدل پیوندی ترانسفورماتور القایی نشت ارائه می کند. نشان داده شده که این رویکرد پیوندی نتایج مشابهی را روش ماتریس پذیرش نامحدود BCTRAN دارد. یک مدل ترانسفورماتور صحیح سه مرحله ای ارائه شده است. نقطه اتصال میان نشت و اندوکتانس مغناطیسی به درستی شناسایی شده است، که این مدل جدید را با ارائه پیوستگی فیزیکی نسبت به BCTRAN و مدل های ترکیبی برتری می دهد. علاوه بر این، تأیید تجربی یک روش برای محاسبه اندوکتانس های اتصال کوتاه ارائه شد. توضیحات جدید تقسیم شار نشت و همبستگی ریاضیاتی میان  $T$  و مدل های معادل نیز ارائه شده است.

**اصطلاحات شاخص:** اندوکتانس نشت، ناپایداری های الکترومغناطیسی با فرکانس پایین، مدل توپولوژیکی، مدل-سازی ترانسفورماتور.

#### 1- مقدمه

دقیق ترین مدل های ترانسفورماتور برای ناپایداری های الکترومغناطیسی دارای فرکانس پایین (زیر سیم پیچ اولین شدت فرکانس، معمولاً چند کیلوهرتز ([1]، بخش 1)) مبنایی فیزیکی دارند. در این مدل ها، شار مغناطیسی به داخل مسیرهای از پیش تعریف شده ای به نام تیوب های شار محدود می شود. این مدل ها را توپولوژیکی می گویند، زیرا هر عنصر این مدل بخشی از مقاومت مغناطیسی را در مسیر فیزیکی میدان مغناطیسی نشان می دهد. این مدل ها به جای مدل های میدان برداری در برنامه های نوع ناپایداری های الکترومغناطیسی کاربرد دارند، زیرا هزینه های محاسباتی موجود در شبیه سازی های FEM به سه دلیل بازدارنده هستند: 1) ماهیت ناپایدار این پدیده، که برای هر

مرحله زمانی به یک راه حل میدانی نیاز دارد؛ (2) غیرخطی بودن هسته‌های ترانسفورماتور؛ و (3) نیاز به مدل‌بندی نه فقط یک ترانسفورماتور بلکه چند عدد از آنها (با توجه به تنظیمات سیستم مورد بررسی).

با وجودی که مدل‌های اخیر که در آثار پیشین ارائه شده‌اند، توپولوژیکی هستند و مبنایی فیزیکی دارند، اما می‌توان دید که برای تنظیمات یک ترانسفورماتور مشخص، مدل‌های توپولوژیکی بسیار متفاوتی وجود دارد. برای مثال، برای ترانسفورماتور هسته‌ای سه پایه سه فاز (با دو یا سه سیم‌پیچ)، فهرست کوتاهی از مدل‌ها در [2 شکل 5-5]، [3 شکل 4-18]، [4 شکل 3]، [5 شکل 2-15]، [6 شکل 2]، [6 شکل 6 (ب)] و [8 شکل 3] ارائه شده است. اگر مبنای این مدل‌ها فیزیکی باشد، چرا مدل‌های توپولوژیکی بسیار متفاوتی برای نوع مشابه ترانسفورماتور وجود دارد؟ پاسخ این است: به خاطر شار نشت.

از لحاظ نظری، اگر نارساناهای مغناطیسی وجود داشته باشند، شار مغناطیسی می‌تواند کاملاً به رساناهای مغناطیسی محدود شود، مانند جریان‌های الکتریکی در فرکانس‌های پایین. تفاوت کلیدی میان جریان‌های الکتریکی و مغناطیسی تفاوت موجود در ارزش‌های نسبی نفوذپذیری مغناطیسی و رسانایی میان رساناها و غیر رساناها است. از آنجاکه نسبت نفوذپذیری‌های روغن (یا هوا) و آهن در محدوده  $10^3-10^4$  قرار دارد، برخی از شارهای مغناطیسی از هسته مغناطیسی نشت می‌کنند، درحالی‌که نسبت رسانایی هوای خالص (یا پلیمر) و مس به ترتیب  $10^{22}-10^{28}$  است. با توجه به [9]، یافتن یک مدار مغناطیسی معادل با شار نشت مشابه راه‌اندازی یک مدار الکتریکی معادل برای شبکه‌ای از رساناهای مسی موجود در محلول الکترولیت است. از این رو، مسیرهای انتخابی (یا دقیق‌تر تیوب‌های شار) و نقاط اتصال نشت‌ها به مدار می‌تواند از یک مدل به مدل دیگر متفاوت باشد.

علی‌رغم این حقیقت که اختلافات به خاطر انتخاب خاص مسیرهای شار وجود دارند، تفاوت کلیدی دیگر از این حقیقت ناشی می‌شود که برخی از مدل‌ها شار نشت را میان جفت سیم‌پیچ‌های دو شار تقسیم می‌کنند، درحالی‌که سایر مدل‌ها این کار را انجام نمی‌دهند. این مورد را می‌توان در [10، شکل 7 و 8] مشاهده کرد، که در آن شار نشت تقسیم می‌شود، در مقایسه با [6، شکل 1 و 2]، که تقسیم نشده است. این تفاوت در مدل‌سازی شار نشت در [5%]

فصل‌های 1 و 2] برجسته شده، که در آن دو رویکرد به ترتیب با نام‌های رویکرد شار انتگرال و رویکرد شار تقسیم- شده وجود دارد. اما هر دو رویکرد در بخش دو توضیح داده می‌شوند.

مسئله موجود در مدل‌های توپولوژی عدم موفقیت آنها در نمایش شرایط مدار اتصال کوتاه برای ترانسفورماتورهای دارای دو سیم‌پیچ یا بیشتر است (11، بخش 3). برای مدل‌های توپولوژیکی ترانسفورماتورهای  $N$ -سیم‌پیچ بر مبنای رویکرد شار انتگرال، اندوکتانس‌های نشت  $N-1$  وجود دارد، و برای آنهایی که بر مبنای رویکرد شار تقسیم‌شده هستند، اندوکتانس‌های نشت  $N$  موجود می‌باشد. از آنجاکه  $N(N-1)/2$  متفاوتی از ترکیبات مدار اتصال کوتاه وجود دارد، می‌توان مشاهده کرد که این رویکردها در نمایش همه موارد موفق نیستند (آنها تنها می‌توانند برای تعداد مشخصی از سیم‌پیچ‌های  $N$  کار کنند).

برای کاهش این مسئله، در (4)، (12) و (13) پیشنهاد شده که از رساناهای پیوندی استفاده کنیم (یا شبکه معادل مش) تا مجدداً جفت‌های شرایط مدار اتصال کوتاه  $N(N-1)/2$  را تولید کنیم، که این ماتریس ورودی نامحدود می‌تواند با روش ارائه‌شده در (14) (BCTRAN) محاسبه شود. با این حال، نمایش اندوکتانس نشت دیگر توپولوژیکی نیست، تنها راه‌حلی برای تولید مجدد و دقیق مقیاس‌های مدار اتصال کوتاه است. این مورد در (13، صفحه 77) برجسته شده است. برای اتصال مدل هسته‌ای توپولوژیکی به ماتریس ورودی مدار اتصال کوتاه، به یک سیم‌پیچ ساختگی یا بیشتر نیاز داریم، که بخشی از ورودی مدار اتصال کوتاه با این رویکرد تقسیم می‌شود. این رویکرد در (4) و (15) مدل ترکیبی نامیده می‌شود تا بر این حقیقت تأکید کند که از مدل هسته‌ای توپولوژیکی همراه با نمایشی صحیح‌تر از ورودی مدار اتصال کوتاه استفاده می‌کند.

هرچند این رویکرد ترکیبی مسئله عدم کفایت میان مقیاس‌های مدار اتصال کوتاه نهایی و ارزش‌های محاسبه‌شده را با مدل‌های نشت توپولوژیکی حل می‌کند، اما مسائل دیگری را نیز مطرح می‌کند. اول، به چه تعداد سیم‌پیچ ساختگی نیاز است؟ با توجه به (12) و (16)، دو سیم‌پیچ ساختگی وجود دارد  $\alpha$  و  $\beta$ ، درحالی‌که در (4) تنها یکی وجود دارد. دوم، برای بررسی این سیم‌پیچ‌ها ورودی مدار اتصال کوتاه چگونه تقسیم می‌شود؟ فاکتور تناسب  $K$  از (4)، برای اشتقاق "اندوکتانس نشت" میان سیم‌پیچ داخلی و سیم‌پیچ ساختگی، در (17) به صورت  $K=0.5$

پیشنهاد می‌شود. در (16)، ارزش  $K=0.33$  از فرمول‌های نمودار کلاسیک آمپر-دور (یا برگشت جریان) محاسبه می‌شود، فرض بر این است که سیم‌پیچ ساختگی بی‌نهایت نازک است. باین‌حال، در (18) نشان داده شده که اگر شار محوری نباشد، این فرمول‌ها می‌توانند نادرست باشند. علاوه بر این، در (12) فاکتور پیوندی  $\delta = 10^3$  برای جفت کردن ماتریس ورودی مدار اتصال کوتاه در سیم‌پیچ ساختگی به کار می‌رود. سوم، در (17) ادعا شده که: هسته مصنوعی سیم‌پیچ به کانال نشت میان سیم‌پیچ فیزیکی داخلی و هسته مربوط می‌شود. "باین‌حال، در مورد طراحی سیم‌پیچ ساندویچی کدام سیم‌پیچ، سیم‌پیچ داخلی است؟ این مسائلی که در اینجا مطرح شد تناقضاتی فیزیکی را نشان می‌دهد که در این رویکرد وجود دارد.

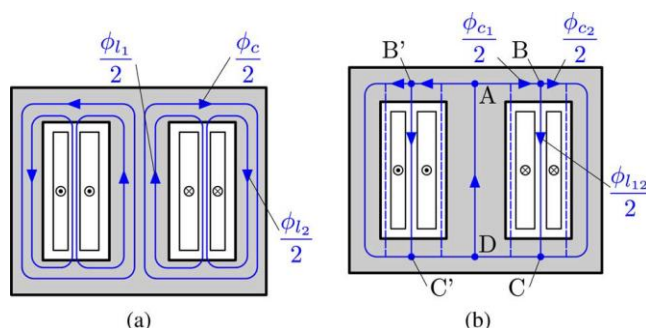
بر اساس موضوعاتی که مطرح شد، می‌توان نتیجه گرفت که به یک مدل نشت توپولوژیکی نیاز داریم. چنین مدلی باشد بدون استفاده از سیم‌پیچ‌های ساختگی مقیاس‌های مدار اتصال کوتاه نهایی را مجدداً تولید کنند. این نوع مدل ابتدا در (11) ارائه شد، اما هدف این مقاله حل مسائل بی‌ثباتی عددی ناشی از اندوکتانس منفی در مدار معادل ستاره ترانسفورماتور سه-سیم‌پیچی را حل کند، با استفاده از اندوکتانس‌های شار نشتی جفتی. این اصل در (19) به ترانسفورماتورهای  $N$ -کویل تک فاز تعمیم داده شده است.

در این مقاله، ابتدا نشان داده شد که این مدل به رویکرد شار انتگرال مرتبط است و همچنین توضیح داده شده که چرا این رویکرد بهتر است. پس از آن، معادل ریاضیاتی میان رویکردهای تقسیم‌شده و انتگرال برای ترانسفورماتور دو سیم‌پیچی تک فاز نشان داده شده، و فرض می‌کند که اندوکتانس‌های هسته‌ای خطی هستند. سپس، ارتباطی جدید برای مدل شناخته‌شده‌ی شبکه  $T$ -ایجاد می‌شود (رویکرد شار تقسیم‌شده) تا طبق هندسه‌های سیم‌پیچ‌ها و هسته، نسبت صحیح نحوه تقسیم اندوکتانس مدار اتصال کوتاه را میان دو اندوکتانس نشت محاسبه کند. نشان داده شده زمانی که هسته غیرخطی است، از آنجاکه مدل شبکه  $T$ -ریاضیاتی است، به اندوکتانس‌های نشت غیرخطی نیاز دارد. سپس نحوه محاسبه ماتریس اندوکتانس شار نشتی پیوندی از ماتریس اندوکتانس مدار اتصال کوتاه توضیح داده شده است. در نهایت، این مقاله مدلی جدید را برای ترانسفورماتور سه فاز پوسته‌ای (shell-type) ارائه کرده که از رویکرد شار نشتی پیوندی استفاده می‌کند.

هدف اصلی این مقاله اعتبارسنجی مقیاس‌های مدل اندوکتانس شار نشتی پیوندی، که در (19) ارائه شده، و روش ارائه‌شده در (18) برای محاسبه اندوکتانس‌های مدار اتصال کوتاه آن است؛ برای مدل ترانسفورماتور پوسته‌ای سه فاز در (19) توضیحات جدیدی در مورد تقسیم شار نشت و معادل ریاضیاتی میان مدل‌های T و مدل‌های معادل ارائه شده است.

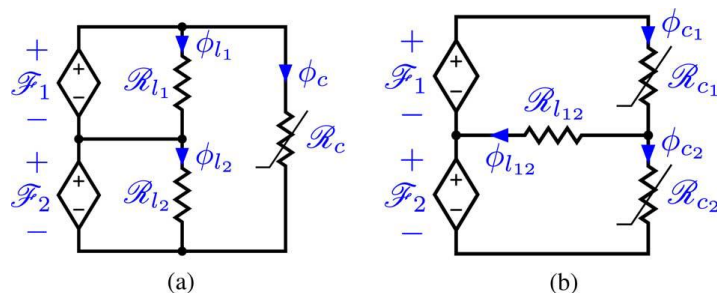
## 2- شارهای انتگرال و تقسیم‌شده

برای درک تفاوت‌های میان این دو روش، به مثالی ساده نگاه می‌کنیم: ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای دارای دو سیم‌پیچ تک فاز همراه با سیم‌پیچ‌های استوانه‌ای. در رویکرد شار تقسیم‌شده، شار مغناطیسی به سه عنصر تقسیم می‌شود: (1) شار نشت سیم‌پیچ 1 ( $\phi_{l1}$ ؛ 2) شار نشت سیم‌پیچ 3 ( $2\phi_{l3}$ ؛ و 3) شار مشترک (یا اصلی) ( $\phi_c$ )، همان طور که در شکل 1 (الف) نشان داده شده است. برای رویکرد شار انتگرال، این تقسیم ایجاد نشده و تنها یک شار نشت می‌تواند وجود داشته باشد، شار میان سیم‌پیچ‌ها گردش می‌کند، همان طور که در شکل 1 (ب) نشان داده شده است. مدارهای مغناطیسی معادل (پس از ساده‌سازی) هر دو رویکرد در شکل 2 نشان داده شده‌اند، و مدارهای الکتریکی دوگانه نیز در شکل 3 نشان داده شده است. می‌توان دید که برای این مثال، رویکرد شار تقسیم‌شده به شبکه شناخته‌شده‌ی T منجر می‌شود، درحالی‌که رویکرد انتگرال به شبکه دوم منجر می‌شود. هر چند این دو رویکرد از طریق تبدیل ستاره-مثلث (star-delta transformation) به یکدیگر مربوط می‌شوند (اگر عناصر غیرخطی، خطی فرض شوند) و برای این مثال معادل هستند، اما مدنظر همه جریان‌های مغناطیسی شار انتگرال و شار تقسیم‌شده نیست (مثلاً همراه با بیش از دو سیم‌پیچ). بنابراین، باید بررسی کنیم که کدام روش برای مدل‌بندی ترانسفورماتور دارای مبنای توپولوژیکی (فیزیکی)، مناسب‌تر و عمومی‌تر است.



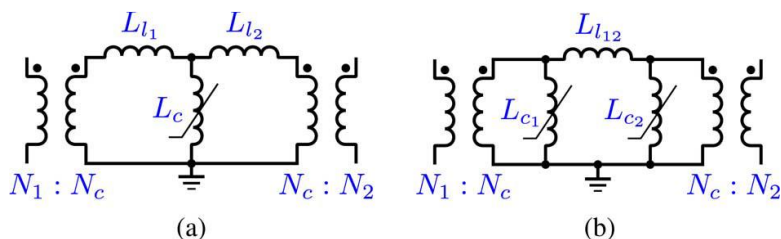
شکل 1: مسیرهای شار مغناطیسی از دو سیم‌پیچ تک فاز ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای. (a) رویکرد شار تقسیم‌شده.

(b) رویکرد شار انتگرال.



شکل 2: مدارهای مغناطیسی معادل دو سیم‌پیچ ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای تک فاز. (a) رویکرد شار تقسیم‌شده.

(b) رویکرد شار انتگرال.



شکل 3: مدارهای الکتریکی دوتایی دو سیم‌پیچ ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای تک فاز. (a) رویکرد شار تقسیم‌شده. (b) رویکرد شار انتگرال.

رویکرد شار انتگرال.

این پرسش در (21)-(23) مورد بررسی قرار گرفته و سپس مجدداً در (25) یادآوری شده است. می‌توان نتیجه‌گرفت که شبکه-T، از این رو رویکرد شار تقسیم‌شده، تنها نتیجه دست‌کاری‌های ریاضیاتی است، درحالی‌که شبکه-2 (رویکرد شار انتگرال) مبنایی فیزیکی دارد. علاوه بر این، در [5] نشان داده شده که تبدیل ستاره-مثلث تنها برای عناصر خطی اعتبار دارد. بنابراین، رویکرد شار انتگرال می‌تواند بر رویکرد شار تقسیم‌شده برای اشتقاق مدل ترانسفورماتور توپولوژیکی برتری داده شود، زیرا معادل ریاضیاتی (وجود و منحصر به فردی یک راه‌حل) میان این مدل‌ها دیگر ضمانت نمی‌شود.

علی‌رغم این حقیقت که این مدل غالباً از شبکه-T برای ترانسفورماتور دو سیم‌پیچی تک فاز استفاده می‌کند، مؤلفان کمی نیز این شبکه دوم را پیشنهاد می‌کنند (برای مثال به [24]-[26]، صص. 250-251] مراجعه کنید). به تازگی،

این مدل در [20]، بخش 4-4-2 و [27] نیز پوشش داده شده، که در آنها نشان داده شده که این شبکه دوم مدلی توپولوژیکی برای ترانسفورماتور تک فاز است.

فاکتور تقسیم میان اندوکتانس‌های نشت  $L_{l_1}$  و  $L_{l_{12}}$  شبکه-T و اندوکتانس مدار اتصال کوتاه، که معمولاً 0/5 یا 0/0-9/75 فرض می‌شود (28، ص. 2053)، در واقع به تقسیم اندوکتانس‌های هسته‌ای شبکه دوم (نسبت طول‌های هسته‌ای) بستگی دارد. این مورد در بخش بعدی با استفاده از تبدیل ستاره-مثلث نشان داده شده است.

### 3- تبدیل ستاره-مثلث

هرچند در [5] ادعا شده که تبدیل ستاره-مثلث نمی‌تواند برای عناصر غیرخطی به کار رود، اما برای نشان رابطه‌ای که میان رویکردهای شار انتگرال و شار تقسیم‌شده وجود دارد، برای ترانسفورماتورهای تک فاز از دیدگاه خطی مفید است. اندوکتانس‌های  $L_{l_1}$ ،  $L_{l_{12}}$  و  $L_c$  از طریق ترانسفورماتور ستاره-مثلث در رویکرد شار تقسیم‌شده به اندوکتانس‌های موجود در رویکرد شار انتگرال مربوط هستند.

$$L_{l_1} = \frac{L_{c_1} L_{l_{12}}}{L_{c_1} + L_{c_2} + L_{l_{12}}} = K_1 L_{l_{12}} \quad (1)$$

$$L_{l_2} = \frac{L_{c_2} L_{l_{12}}}{L_{c_1} + L_{c_2} + L_{l_{12}}} = K_2 L_{l_{12}} \quad (2)$$

$$L_c = \frac{L_{c_1} L_{c_2}}{L_{c_1} + L_{c_2} + L_{l_{12}}} \quad (3)$$

زیرا  $L_{l_{12}} \gg L_{c_1} + L_{c_2}$  اگر هسته اشباع نشده باشد، می‌توان به صورت تقریبی گفت:

$$L_c \approx (L_{c_1} L_{c_2}) / (L_{c_1} + L_{c_2}) \quad (4)$$

$$K_1 \approx L_{c_1} / (L_{c_1} + L_{c_2}) \quad (5)$$

$$K_2 \approx L_{c_2} / (L_{c_1} + L_{c_2}) \quad (6)$$

به طوری که  $K_1 + K_2 \approx 1$  و  $L_c$  تقریباً برابر با  $L_{c_1}$  و موازی با  $L_{c_2}$  است. با توجه به شکل 3،  $N_c = 1$  است،

اندوکتانس‌ها می‌توانند در شرایط نفوذپذیری  $\mu$ ، طول‌های هسته  $l_{c_1}$ ،  $l_{c_2}$  بخش‌های متقاطع هسته‌ای  $A_{c_1}$ ،  $A_{c_2}$

بازنویسی شوند

$$K_1 \approx \frac{\frac{\mu A_{c_1}}{l_{c_1}}}{\frac{\mu A_{c_1}}{l_{c_1}} + \frac{\mu A_{c_2}}{l_{c_2}}} \quad (7)$$

$$K_2 \approx \frac{\frac{\mu A_{c_2}}{l_{c_2}}}{\frac{\mu A_{c_1}}{l_{c_1}} + \frac{\mu A_{c_2}}{l_{c_2}}} \quad (8)$$

در مورد ترانسفورماتور تک فاز نوع هسته‌ای،  $A_{c_1} = A_{c_2}$  است. برای ترانسفورماتور تک فاز مدل نوع پوسته‌ای، همین مورد است اگر بخش مقاطع بیرونی نیمی از بخش متقاطع خارج از مرکز باشد. از این روز، در هر دو مورد، (7) و (8) به این صورت می‌شود:

$$K_1 \approx l_{c_2}/l_{tot} \quad (9)$$

$$K_2 \approx l_{c_1}/l_{tot} \quad (10)$$

که در آن  $l_{tot} = l_{c_1} + l_{c_2}$  طول کلی است.

نتیجه مهم این است که در موارد خطی، اندوکتانس نشت اولیه  $L_{l_1}$  با نسبت  $l_{c_2}/l_{tot}$ ، نسبتی است و اندوکتانس نشت ثانویه  $L_{l_2}$  با نسبت  $l_{c_1}/l_{tot}$ ، نسبتی است. همچنین اظهار شده که این دو مدل از نظر ریاضیاتی معادل هستند، که با اندوکتانس‌های خطی (اشباع نشده) صحیح است.

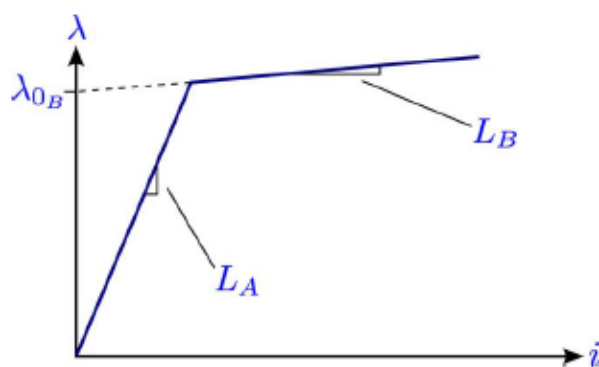
اگر در نظر بگیریم که  $L_{c_1}$  و  $L_{c_2}$  با دو منحنی خطی در شکل 6 نشان داده شده‌اند، در این مورد هسته کاملاً اشباع شده و داریم:

$$L_{l_1} = \frac{L_{c_1 sat} L_{l_{12}}}{L_{c_1 sat} + L_{c_2 sat} + L_{l_{12}}} = K_1 L_{l_{12}} \quad (11)$$

$$L_{l_2} = \frac{L_{c_2 sat} L_{l_{12}}}{L_{c_1 sat} + L_{c_2 sat} + L_{l_{12}}} = K_2 L_{l_{12}} \quad (12)$$

$$L_c = \frac{L_{c_1 sat} L_{c_2 sat}}{L_{c_1 sat} + L_{c_2 sat} + L_{l_{12}}} \quad (13)$$

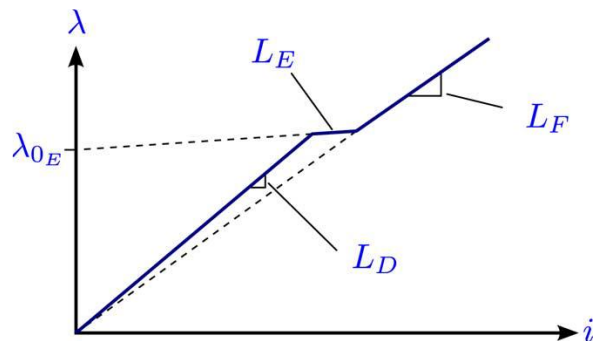




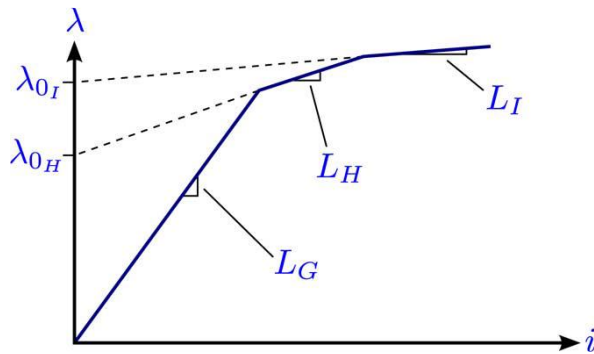
شکل 6: دو شیب منحنی مغناطیسی خطی-تکه‌ای برای  $L_{c1}$  و  $L_{c2}$  از معادل دوم

که اندوکتانس‌های اشباع  $L_{c1 sat}$  و  $L_{c2 sat}$  (با  $L_B$  در شکل 6 نشان داده شده است) اکنون در دامنه  $L_{l12}$  هستند (زیرا آنها همگی تیوب‌های شار را با نفوذپذیری هوای  $\mu_0$  نشان می‌دهند). از این رو، به این معناست که نسبت‌های تقسیم اندوکتانس نشت  $K_1$  و  $K_2$  ثابت نیستند، اما توابع سطح اشباع هسته. علاوه بر این، اگر  $L_{c1}$  شروع به اشباع کند، اما  $L_{c2}$  هنوز اشباع نشده، ما موردی میانی را داریم که  $K_2 \approx 1$ ، و برعکس، زمانی که  $L_{c2}$  شروع به اشباع می‌کند، اما  $L_{c1}$  هنوز اشباع نشده (مجدداً منحنی‌های اشباع دو شیبی را فرض می‌کنیم)، سپس  $K_1 \approx 1$ . توجه داشته باشید که اندوکتانس هسته‌ای  $L_c$  در رویکرد شار تقسیم‌شده نیز به اندوکتانس نشت  $l_{l12}$  وابسته است، همان طور هسته شروع به اشباع می‌کند.

برای این مورد خاص، منحنی‌های حاصله برای  $L_{l1}$  و  $L_{l2}$  در شکل 7 نشان داده شده‌اند و برای  $L_c$  در شکل 8 نشان داده شده است. در ضمیمه مثالی با ارزش‌های عددی ارائه شده است. بنابراین، اگر نشت جزئی غیرخطی (تقسیم-شده) را برای مدل T در نظر بگیریم، این دو مدل از نظر ریاضیاتی معادل در نظر گرفته می‌شوند. این تا حدودی تفاوت میان هر دو مدل موجود در [30] را توضیح می‌دهد، که در آن اندوکتانس‌های نشت تقسیم‌شده خطی در نظر گرفته می‌شوند. در این صورت، اگر این پارامترها برای تناسب مقیاس‌ها در یک طرف برای مدل معادل T-ایجاد شوند (با اندوکتانس‌های نشت خطی)، رفتار این مدل رفتار طرف دیگر نادرست در نظر گرفته می‌شود. از این رو، مدل T با اندوکتانس‌های نشت خطی قابل برگشت نخواهد بود. با این حال، برگشت‌پذیری مدل معادل دوم در [27] و سپس در [31] نشان داده شد.



شکل 7: منحنی شار نشتی خطی-تکه‌ای حاصل برای  $L_{I1}$  و  $L_{I2}$  از معادل T



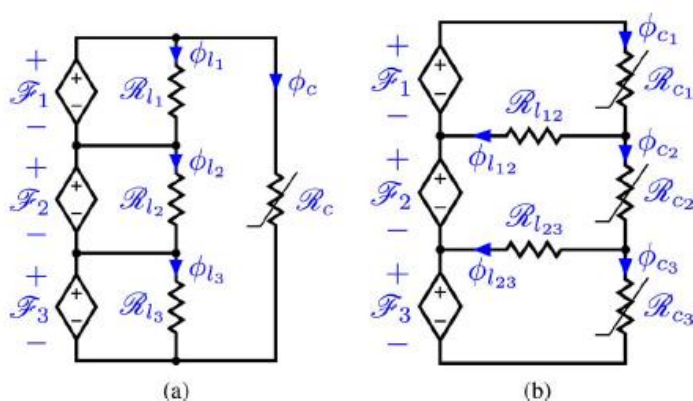
شکل 8: منحنی مغناطیسی خطی-تکه‌ای حاصل برای  $L_c$  از معادل T.

از نظر فیزیکی، نشت‌های تقسیم‌شده غیرخطی را داریم، زیرا شارهای نشت تقسیم‌شده تا حدودی به هسته متصل می‌شود، همان طور که در شکل 1 (الف) نشان داده شده است. علاوه بر این، در نظریه مدل معادل-T، اندوکتانس-های مشابه عنوان تفاوت میان اندوکتانس‌های خودی و متقابل تعریف می‌شوند [9، ص. 314]، که در آن هر دو غیرخطی هستند. از آنجاکه نمایش صحیح نشت در رویکرد شار تقسیم‌شده از رویکرد شار انتگرال پیچیده‌تر است، بهتر است از نمایش بعدی استفاده کنیم. تعمیم به ترانسفورماتور N-سیم‌پیچ نیز به این طرق آسان‌تر است، همان طور که در بخش بعدی نشان داده شده است.

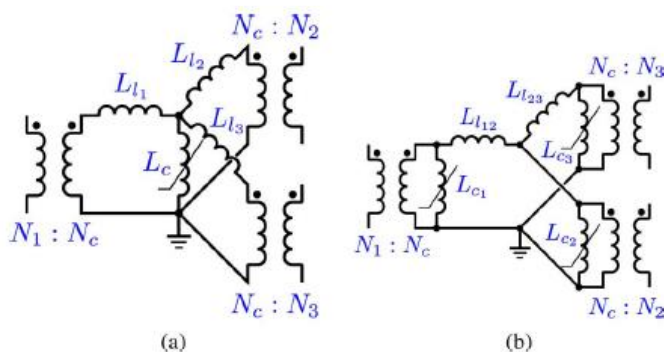
#### 4 رویکرد شار نشتی پیوندی

همان طور که در بخش 1 ذکر شد، مسئله موجود در اکثر مدل‌های توپولوژیکی عدم توانایی آنها برای تولید مجدد مقیاس‌های مدار اتصال کوتاه برای بیش از دو سیم‌پیچ در رویکرد شار انتگرال، و بیش از سه سیم‌پیچ برای رویکرد شار تقسیم‌شده است. این مورد در پاراگراف‌های زیر توضیح داده شده است.

با افزودن سومین سیم‌پیچ استوانه‌ای به ترانسفورماتور، جریان مغناطیسی معادل شکل 2 (الف) به جریان موجود در شکل 4 (الف) تبدیل می‌شود، و جریان الکتریکی دوگانه آن در شکل 5 (الف) نشان داده شده است، که معمولاً با عنوان جریان ستاره به آن اشاره می‌شود [32]. این حقیقت که جریان ستاره برای بیش از سه سیم‌پیچ در [32، ص. 14] معتبر نیست، می‌تواند در شکل 5 (الف) مشاهده شود، که سیم‌پیچ چهارم شاخه چهارمی را در ارتباط با  $L_c$  اضافه می‌کند: تنها چهار اندوکتانس نشت وجود دارد، درحالی‌که برای رضایت ( $L_{SC12}$ ,  $L_{SC13}$ ,  $L_{SC14}$ ,  $L_{SC23}$ ,  $L_{SC34}$ ,  $L_{SC24}$ ) شش شرایط مدار اتصال کوتاه وجود دارد.



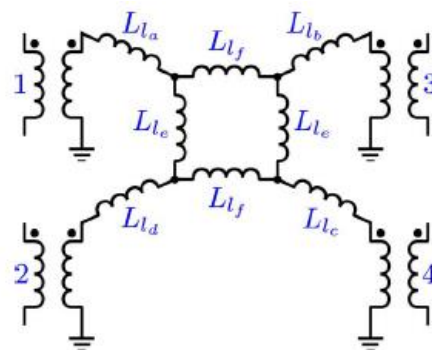
شکل 4: مدارهای مغناطیسی معادل برای سیم‌پیچ سه‌تایی تک فاز ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای. (a) رویکرد شار تقسیم‌شده. (b) رویکرد شار انتگرال.



شکل 5: مدارهای الکتریکی دوتایی برای سیم‌پیچ سه‌تایی تک فاز ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای. (a) رویکرد شار تقسیم‌شده. (b) رویکرد شار انتگرال.

به همین ترتیب، برای رویکرد شار انتگرال، اجازه دهید تا سیم‌پیچ استوانه‌ای سوم را به ترانسفورماتور اضافه کنیم. جریان مغناطیسی معادل شکل 2 (ب) در شکل 4 (ب) نشان داده شده و جریان الکتریکی دوگانه آن نیز در شکل 5 (ب) نمایش داده شده است. به طور کلی، برای یک ترانسفورماتور  $N$ -سیم‌پیچ (یا کوئل- $N$ )، اگر سیم‌پیچ‌ها به قسمت‌های جزء تقسیم نشود،  $N(N-1)/2$  جفت مدار اتصال کوتاه متفاوت وجود دارد. از این رو، برای ترانسفورماتور سه فاز، سه جفت مدار اتصال کوتاه وجود دارد:  $L_{SC12}$ ،  $L_{SC13}$  و  $L_{SC23}$ . باین‌حال، همان طور که می‌تواند در شکل 5 (ب) مشاهده کرد، تنها دو اندوکتانس نشت و سه شرایط مدار اتصال کوتاه وجود دارد. به همین دلیل، این رویکرد برای بیش از دو سیم‌پیچ اعتباری ندارد.

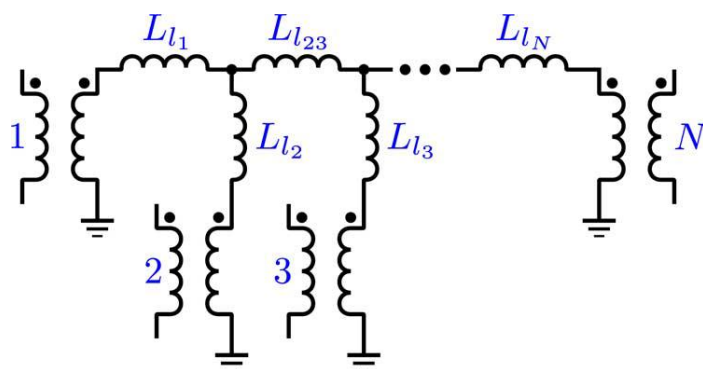
مسئله یافتن مدار معادل برای ترانسفورماتورهایی با بیش از سه سیم‌پیچ در [29، صص. 112-124] بررسی شده است. برای ترانسفورماتورهای دارای چهار سیم‌پیچ، یک مدار معادل ستاره در [33] ارائه شده، همان طور که در 9 نشان داده شد، که در آن تعداد اندوکتانس‌های مستقل شش است (و تعداد شرایط مدار اتصال کوتاه شش است، همان طور که قبلاً بیان شد). مدار معادل ستاره برای ترانسفورماتور پنج سیم‌پیچی در [34] ارائه شده و برای ترانسفورماتور  $N$ -سیم‌پیچ در [35] تعمیم یافته است. باین‌حال، این مدل‌ها توپولوژیکی نیستند، زیرا هر اندوکتانس از مدار معادل ستاره معنای فیزیکی ندارد. از این رو، در این صورت، روش ماتریس ورودی نامحدود (BCTAN) باید به خاطر سادگی آن به کار برده شود.



شکل 9: مدار معادل ستاره برای ترانسفورماتور چهار سیم‌پیچی تک فاز (اندوکتانس‌های هسته‌ای نشان داده نشده-)

اند.)

رویکردی مشابه اما ساده‌تر حذف برخی از اندوکتانس‌ها در مدار معادل ستاره (مثل مدار اتصال کوتاه  $L_{l_c}$  یا  $L_{l_f}$  از شکل 9) برای ایجاد مدار معادل ستاره ساده است، همان‌طور که در شکل 10 به تصویر کشیده شده است. این اسم از این حقیقت ناشی می‌شود که این مدل تنها اندوکتانس‌های  $2N-3$  را دارد، در حالی که تعداد جفت‌های مدار اتصال کوتاه  $N(N-1)/2$  است. در [25] نشان داده شده که برخی از معادلات مستقل نیستند و باید حذف شوند، تا بتوانند همه پارامترهای را محاسبه کنند. این نوع مدل برای مثال در [36، شکل 4]، [2، شکل 6-2]، [37، شکل 6] و [13، شکل 4-10] ارائه شده است. این را می‌توان با افزودن اندوکتانس‌های  $L_{l_2}$  به  $L_{l_{N-1}}$  در شکل 10 برای رویکرد شار انتگرال در جهت مطابقت مقیاس‌های مدار اتصال کوتاه توضیح داد. گفته شده که این اندوکتانس‌ها ضخامت شعاع نهایی سیم‌پیچ‌های 2 تا  $N-1$  را جبران می‌کند [37].



شکل 10: مدار ساده‌شده معادل ستاره برای ترانسفورماتور سیم‌پیچ  $N$ -تک فاز (اندوکتانس‌های هسته‌ای نشان داده نشده‌اند).

کاربرد اندوکتانس‌های شار نشستی پیوندی برای ترانسفورماتور سه سیم‌پیچی در [11] پیشنهاد شده است. انگیزه [11] یافتن جایگزینی برای مدار ستاره است، که در آن (برای طرح‌های ترانسفورماتور معمولی) یک اندوکتانس نشستی منفی وجود دارد که می‌تواند به ناپایداری‌های عددی در طول شبیه‌سازی منجر شود. این روش به عنوان مدل نشستی در [19] تعمیم‌یافته، و سپس برای ترانسفورماتور کوپل ارائه شده است. افزودن اندوکتانس‌های نشستی متقابل به رویکرد شار انتگرال موجب سازگاری مقیاس‌های مدار اتصال کوتاه می‌شود.

ماتریس مدار اتصال کوتاه  $[L_{sc}]$  به صورت زیر است:

$$[L_{sc}]_{N \times N} = \begin{bmatrix} 0 & L_{sc12} & \cdots & L_{sc1N} \\ L_{sc21} & 0 & \cdots & L_{sc2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{scN1} & L_{scN2} & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

که در آن عناصر قطری صفر هستند، چون مدار اتصال کوتاه کوپل با خودش صفر است، و در آن این ماتریس متقارن است، چون اندوکتانس‌های مدار اتصال کوتاه متقابل هستند.

از شکل 3 (ب) و 5 (ب)، می‌توان مشاهده کرد که برای رویکرد شار انتگرال، اندوکتانس نشت  $N-1$  برای یک ترانسفورماتور  $N$ -کوپل وجود دارد و مدار الکتریکی دوتایی برای ترانسفورماتور تک فاز می‌تواند برای کوپل‌های استوانه‌ای  $N$  تا یک در شکل 11 تعمیم یابد. در نمایش ماتریسی، در [19] نشان داده شده که عناصر ماتریس اندوکتانس شار نشتی پیوندی جدید  $[\mathcal{L}]$  در شرایط اندوکتانس‌های مدار اتصال کوتاه به صورت زیر ارائه می‌شوند:

$$\mathcal{L}(i, j) = \frac{1}{2} [L_{sc}(i, j+1) + L_{sc}(i+1, j) - L_{sc}(i, j) - L_{sc}(i+1, j+1)]. \quad (15)$$

برای این مورد خاص از ترانسفورماتور سه سیم‌پیچ، ماتریس اندوکتانس مدار اتصال کوتاه  $[L_{sc}]$  به این صورت ارائه می‌شود:

$$[L_{sc}] = \begin{bmatrix} 0 & L_{sc12} & L_{sc13} \\ L_{sc12} & 0 & L_{sc23} \\ L_{sc13} & L_{sc23} & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

و ماتریس اندوکتانس شار نشتی پیوندی  $[\mathcal{L}]$  به این صورت است:

$$[[\mathcal{L}]] = \begin{bmatrix} L_{sc12} & \frac{(L_{sc13} - L_{sc12} - L_{sc23})}{2} \\ \frac{(L_{sc13} - L_{sc12} - L_{sc23})}{2} & L_{sc23} \end{bmatrix} \quad (17)$$

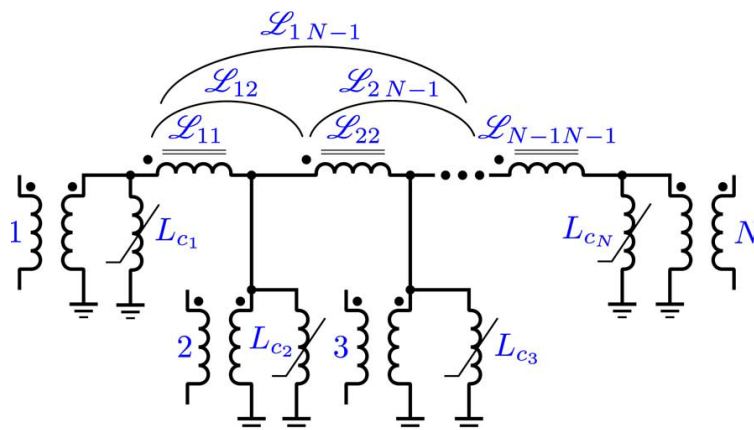
که معادل با [11]، (7)-(8) است. توجه داشته باشید که اگر سیم‌پیچ‌ها ارتفاعات مختلفی داشته باشند، نتیجه‌گیری در [11] که اندوکتانس متقابل مثبت است، الزاماً صحیح نیست. این موردی برای دو ترانسفورماتور بعدی است، که در آنها برخی از اندوکتانس‌های متقابل منفی هستند.

در اینجا، باید تأکید کنیم که این روش از روش ارائه شده در [38] متفاوت است، که مدل شار نشتی پیوندی نیز نامیده می‌شود. در واقع، با نگاهی به معادله پایه‌ای آن در [38، (4)]، می‌توان دید که این نمایش اندوکتانس‌های متقابل کلاسیک از ترانسفورماتور (همان طور که برای مثال در [14، (4)] نشان داده شده) است و نه تنها شامل اندوکتانس‌های نشت می‌شود، بلکه اندوکتانس‌های هسته‌ای را نیز شامل می‌شود.

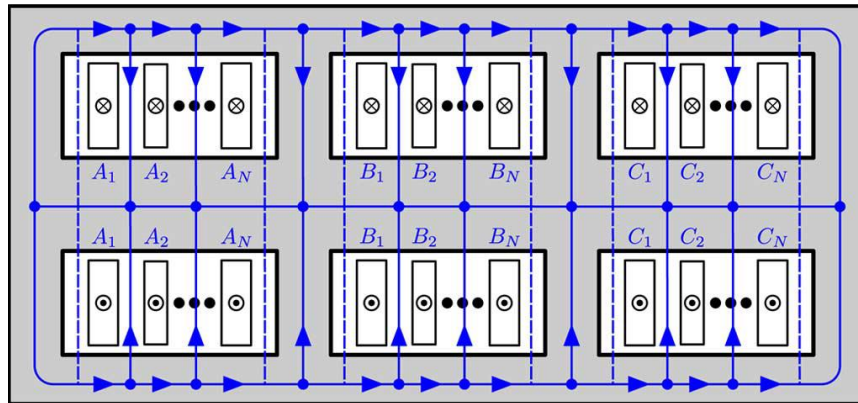
## 5 روش‌ها

با تأیید روش تحلیلی ارائه شده در [18] برای محاسبه ماتریس اندوکتانس مدار اتصال کوتاه و همچنین بررسی رویکرد شار نشتی پیوندی جدید مطرح شده در [19]، بررسی‌های مدار اتصال کوتاه در یک فاز، 360 MVA، 96 MVA و 50 Hz،  $400/\sqrt{3} \text{ kV}/24 \text{ kV}$  ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای دو سیم‌پیچی همراه با کویل پنکیک و سه فاز، 50 Hz،  $400 \text{ Kv}/3 \times 6.8 \text{ kV}$  ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای چهار سیم‌پیچی همراه با کویل‌های پنکیک اجرا شد. سیم‌پیچ‌های ترانسفورماتور 360 MVA به کویل‌های پنکیک 44 تقسیم می‌شوند، و چهار سیم‌پیچ ترانسفورماتور 96 MVA به 26 کویل پنکیک در هر فاز تقسیم شدند.

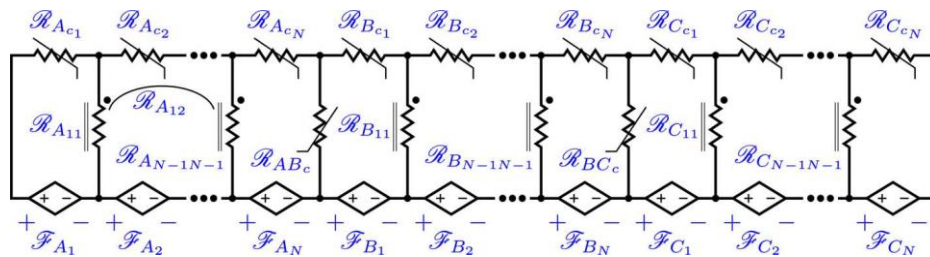
برای ترانسفورماتورهای نوع پوسته‌ای تک فاز با سیم‌پیچ‌های تک فاز، می‌توان نشان داد که مدار الکتریکی دوتایی همان گونه است که در شکل 11 نشان داده شده است. ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای سه فاز با سیم‌پیچ‌های پنکیک در شکل 12 نشان داده شده، مدار معادل مغناطیسی در شکل 13 به تصویر کشیده شده، و مدار الکتریکی دوتایی آن در شکل 14 نشان داده شده است.



شکل 11: مدل شار نشتی پیوندی برای N-سیم پیچ ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای با سیم پیچ‌های استوانه‌ای (اندوکتانس‌های متقابل  $\mathcal{L}_{ij}$  نشان داده نشده است).

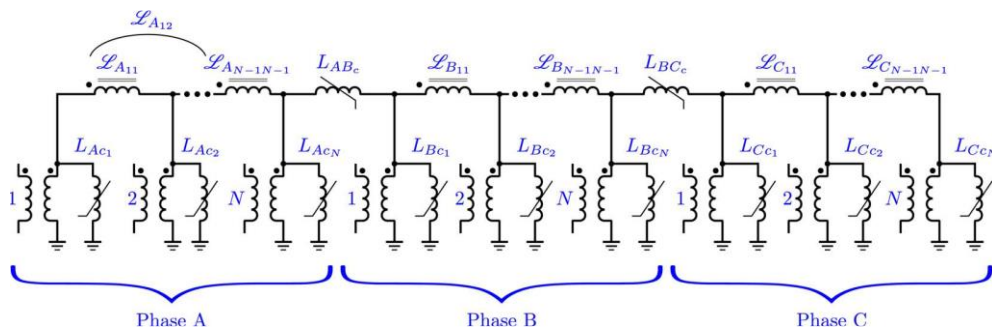


شکل 12: مسیرهای شار مغناطیسی برای N-سیم پیچ سه فاز ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای با سیم پیچ‌های پنکیک



شکل 13: مدار مغناطیسی معادل برای N-سیم پیچ سه فاز ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای با سیم پیچ‌های ساندویچی

(مقاومت مغناطیسی متقابل  $\mathcal{R}_{ij}$  نشان داده نشده، به جز  $\mathcal{R}_{A12}$ )



شکل 14: مدل شار نشتی پیوندی برای N-سیم پیچ سه فاز ترانسفورماتور نوع پوسته‌ای با سیم پیچ‌های ساندویچی

(اندوکتانس‌های متقابل  $\mathcal{L}_{ij}$  نشان داده نشده‌اند، به جز  $\mathcal{L}_{A12}$ )

از آنجاکه مقیاس‌های مدار اتصال کوتاه میان کویل‌ها هرگز در دسترس نیستند، روش ارائه شده در [18] برای محاسبه اندوکتانس مدار اتصال کوتاه میان هر جفت کویل برای تکمیل ماتریس اندوکتانس مدار اتصال کوتاه به کار رفت



(14). با اندوکتانس‌های شناخته‌شده مدار اتصال کوتاه، ماتریس شار نشتی پیوندی (15) می‌تواند محاسبه شود. روش ماتریس ورودی نامحدود که در (14) (BCTTRAN) ارائه شده، برای تأیید نتایج به دست‌آمده از رویکرد ارائه‌شده در این مقاله به کار رفت. مدل مدار اتصال کوتاه رایج در [14] نیز در مدل‌های توپولوژیکی ترکیبی مانند [12] و [4] به کار رفت، همراه با تغییراتی برای بررسی سیم‌پیچ‌های ساختگی. ماتریس اندوکتانس مدار اتصال کوتاه مشابه  $[L_{sc}]$  برای هر دو روش به کار برده می‌شود.

شبیه‌سازی‌هایی برای هر دو ترانسفورماتور با هر دو رویکرد اجرا شد و اندوکتانس‌های مدار اتصال کوتاه میان سیم‌پیچ‌ها (کویل‌ها درون سیم‌پیچ‌ها مجدداً گروه‌بندی شد) محاسبه شد و با مقیاس‌ها مقایسه شد. در ترانسفورماتور 96 MVA، اندوکتانس مدار اتصال کوتاه ترتیب-مثبت بین سیم‌پیچ ولتاژ-بالا (سیم‌پیچ 1) و هر سیم‌پیچ ولتاژ-پایین (2 تا 4) اندازه‌گیری شد. در همه موارد شبیه‌سازی، سیم‌پیچ ولتاژ پایین مدار اتصال کوتاه است و سیم‌پیچ ولتاژ-بالا با ولتاژ مربوط به مقیاس‌ها جریان می‌یابد.

## 6 نتایج

نتایج اندوکتانس مدار اتصال کوتاه ترانسفورماتور 360 MVA در جدول 1 بین سیم‌پیچ‌های HV و LV ارائه شده است. تفاوت میان اندازه‌گیری و شبیه‌سازی 0/04% است.

جدول 1: اندوکتانس مدار اتصال کوتاه برای ترانسفورماتور 360 MVA مشاهده‌شده از طرف HV

Method	Short-circuit inductance [mH]
Measurement	69.43
Coupled leakage model	69.4598
BCTTRAN	69.4598

همانند ترانسفورماتور 96 MVA، اندوکتانس‌های مدار اتصال کوتاه ترتیب مثبت در جدول‌های 2-4 نشان داده شده‌اند. هر سیم‌پیچ دارای ولتاژ پایین به طور جداگانه بررسی می‌شود. خطاهای موجود در اندوکتانس‌های مدار اتصال کوتاه هر سیم‌پیچ ولتاژ پایین به ترتیب 02/6%، 31/3% و 93/7% هستند. مجدداً خطای مشاهده‌شده در BCTTRAN از این حقیقت ناشی می‌شود که روش ارائه‌شده در [18] برای محاسبه اندوکتانس مدار اتصال کوتاه

میان هر جفت کویل برای پر کردن ماتریس اندوکتانس مدار اتصال کوتاه به کار می‌رود، چون مقیاس‌های مدار اتصال کوتاه میان کویل‌ها هرگز در دسترس نیستند.

جدول 2: سیم‌پیچ‌های 1 و 2 اندوکتانس مدار اتصال کوتاه ترتیب مثبت برای ترانسفورماتور 96 MVA مشاهده شده

از طرف HV

Method	Short-circuit inductance [H]
Measurement	1.22
Coupled leakage model	1.2934
BCTAN	1.2934

جدول 3: سیم‌پیچ‌های 1 و 3 اندوکتانس مدار اتصال کوتاه ترتیب منفی برای ترانسفورماتور 96 MVA مشاهده شده

از طرف HV

Method	Short-circuit inductance [H]
Measurement	1.23
Coupled leakage model	1.2707
BCTAN	1.2707

جدول 4: سیم‌پیچ‌های 1 و 4 اندوکتانس مدار اتصال کوتاه ترتیب مثبت برای ترانسفورماتور 96 MVA مشاهده شده

از طرف HV

Method	Short-circuit inductance [H]
Measurement	1.27
Coupled leakage model	1.3707
BCTAN	1.3707

## 7 بحث

در جدول‌های 1 تا 4 می‌توان مشاهده کرد که میان نتایج روش شار نشستی پیوندی روش ماتریس ورودی نامحدود (BCTAN) تفاوتی وجود ندارد. از این رو، از دیدگاه مدار اتصال کوتاه، این روش برابر هستند. باین‌حال، مدل شار نشستی پیوندی از نظر توپولوژی صحیح است و می‌تواند بدون استفاده از سیم‌پیچ‌های ساختگی با مدل هسته‌ای توپولوژی سازگار شود، درحالی‌که برای اتصال ماتریس ورودی نامحدود به هسته توپولوژی موجود در [4] و [12]، به

یک سیم پیچ ساختگی یا بیشتر نیاز داریم. ایجاد این سیم پیچ های ساختگی اختیاری بوده و هیچ مبنای فیزیکی ندارد. به همین ترتیب، مدل شار نشتی پیوندی که در [19] ارائه شده، و در اینجا به ترانسفورماتور مدل پوسته ای سه فاز تعمیم یافته، رویکردی بهتر و شهودی تر برای مدل بندی شار نشتی در مدل های ترانسفورماتور توپولوژی است. یکی از نتایج جالب دیگری که می توان از جدول های 1-4 مشاهده کرد این است که روش ارائه شده در [18] برای محاسبه ماتریس اندوکتانس مدار اتصال کوتاه، با مقیاس های مدار اتصال کوتاه آزمایشی برای دو ترانسفورماتور مورد تأیید قرار می گیرد. اختلافات بیشتری که در موارد سه فاز مشاهده می شود را می توان با این واقعیت توضیح داد که تقریب دو بعدی که در روش تحلیلی موجود در [18] به کار رفته، و برای ارزیابی اندوکتانس های مدار اتصال کوتاه استفاده می شود، صحت آن برای این مورد کمتر است. با این وجود، نتایج به دست آمده قابل قبول هستند.

## 8- نتیجه گیری

در این مقاله، تفاوت های میان مدل های ترانسفورماتور توپولوژی از طریق مفاهیم شارهای انتگرال و تقسیم شده توضیح داده شد. نشان داده شده که رویکرد شار تقسیم شده نتیجه دست کاری های ریاضیاتی است و اینکه رویکرد شار انتگرال باید ترجیح داده شود، زیرا مسیر فیزیکی نزدیک تری را در خطوط شار یک ترانسفورماتور نشان می دهد. علاوه بر این، یک رابطه برای محاسبه نسبت اندوکتانس های نشتی مدل شبکه-T در ترانسفورماتور دو سیم پیچی تک فاز ایجاد می شود، در صورتی که اندوکتانس های هسته ای خطی فرض می شوند. زمانی که اندوکتانس های هسته ای غیر خطی باشند، نشان داده می شود که اندوکتانس های نشتی غیر خطی در رویکرد شار تقسیم شده ضروری هستند، به طوری که مدل ها از نظر ریاضی معادل باشند، در حالی که اندوکتانس های نشتی در رویکرد شار انتگرال خطی تعریف می شوند (تیوب های شار در هوا).

همچنین، مدلی جدید برای ترانسفورماتور نوع پوسته ای سه فاز پیشنهاد شده که از مدل شار نشتی پیوندی موجود در [19] استفاده می کند. این رویکرد جدید دارای مزایای مدل بندی همه شرایط مدار اتصال کوتاه است و برای ترانسفورماتورهایی با بیش از دو سیم پیچ (کویل) کار می کند، در حالی که اندوکتانس های شار نشتی غیر پیوندی در

مدل‌های توپولوژی به تعداد بسیار محدودی از سیم‌پیچ‌ها محدود می‌شوند (دو سیم‌پیچ برای مدل شار انتگرال و سه عدد برای مدل شار تقسیم‌شده).

علاوه بر این، نشان داده شده که ماتریس ورودی نامحدود (BCTRAN) و مدل شار نشتی پیوندی نتایج مشابهی را به مدار اتصال کوتاه به دست می‌دهد. با این حال، از آنجاکه مدل شار نشتی پیوندی از نظر توپولوژی صحیح است، به هیچ سیم‌پیچی ساختگی نیاز نداریم، و اندوکتانس‌های پیوندی می‌توانند مستقیماً مدل هسته‌ای توپولوژی متصل شوند. این پیشرفتی مهم را در مدل‌های توپولوژی ترکیبی موجود نشان می‌دهد.

در نهایت، روش تحلیلی ارائه‌شده در [18] برای محاسبه ماتریس اندوکتانس مدار اتصال کوتاه برای دو ترانسفورماتور تأیید شد، و نتایج سازگاری خوب میان مقیاس‌ها و اندوکتانس‌های مدار اتصال کوتاه محاسبه‌شده را نشان می‌دهند.

#### REFERENCES

- [1] J. A. Martinez-Velasco and B. A. Mork, "Transformer modeling for low- and mid-frequency transients—A review," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 20, no. 2, pt. 2, pp. 1625–1632, Apr. 2005.
- [2] S. D. Cho, "Parameter estimation for transformer modeling," Ph.D. dissertation, Dept. Elect. Comput. Eng., Michigan Technological Univ., Houghton, MI, USA, 2002.
- [3] W. G. Enright, "Transformer models for electromagnetic transient studies with particular reference to HVdc transmission," Ph.D. dissertation, Dept. Elect. Comput. Eng., Univ. Canterbury, Christchurch, New Zealand, 1996.
- [4] B. A. Mork, F. Gonzalez-Molina, D. Ishchenko, D. L. Stuehm, and J. Mitra, "Hybrid transformer model for transient simulation—Part I: Development and parameters," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 22, no. 1, pp. 248–255, Jan. 2007.
- [5] H. E. Dijk, "On transformer modelling: A physically based three-phase transformer model for the study of low frequency phenomena in electrical power systems," Ph.D. dissertation, Dept. Elect. Eng., Delft Univ. Technology, Delft, the Netherlands, 1988.
- [6] N. Chiesa, B. A. Mork, and H. K. Høidalen, "Transformer model for inrush current calculations: Simulations, measurements and sensitivity analysis," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 25, no. 4, pp. 2599–2608, Oct. 2010.

- [7] G. R. Slemon, "Equivalent circuits for transformers and machines including non-linear effects," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, vol. 100, pp. 129–143, 1953, pt. IV.
- [8] R. Yacamini and H. S. Bronzeado, "Transformer inrush calculations using a coupled electromagnetic model," in *Proc. Inst. Elect. Eng., Sci. Meas. Technol.*, Nov. 1994, vol. 141, no. 6, pp. 491–498.
- [9] *Magnetic Circuits and Transformers*, Dept. Elect. Eng., Massachusetts Inst. Technology ed. New York: Wiley, 1943.
- [10] C. Saldaña and G. Calzolari, "Analysis of core type transformer models based on the principle of duality in electromagnetic transients studies," presented at the Int. Conf. Power Syst. Transients, Seattle, WA, USA, Jun. 1997.
- [11] F. de León and J. A. Martínez-Velasco, "Dual three-winding transformer equivalent circuit matching leakage measurements," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 24, no. 1, pp. 160–168, Jan. 2009.
- [12] A. Narang and R. H. Brierley, "Topology based magnetic model for steady-state and transient studies for three-phase core type transformers," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 9, no. 3, pp. 1337–1349, Aug. 1994.
- [13] N. Chiesa, "Power transformer modeling for inrush current calculation," Ph.D. dissertation, Norwegian Univ. Sci. Technology, Trondheim, Norway, 2010.
- [14] V. Brandwajn, H. W. Dommel, and I. I. Dommel, "Matrix representation of three-phase N-winding transformers for steady-state and transient studies," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-101, no. 6, pp. 1369–1378, Jun. 1982.
- [15] B. A. Mork, F. Gonzalez-Molina, D. Ishchenko, D. L. Stuehm, and J. Mitra, "Hybrid transformer model for transient simulation—Part II: Laboratory measurements and benchmarking," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 22, no. 1, pp. 256–262, Jan. 2007.
- [16] F. de León, "Transformer Model for the Study of Electromagnetic Transients," Ph.D. Dissertation, Dept. Elect. Eng., Univ. Toronto, Toronto, ON, Canada, 1992.
- [17] H. K. Høidalen, B. A. Mork, F. Gonzalez-Molina, D. Ishchenko, and N. Chiesa, "Implementation and verification of the hybrid transformer model in ATPDraw," *Elect. Power Syst. Res.*, vol. 79, no. 3, pp. 454–459, 2009.
- [18] M. Lambert, F. Sirois, M. Martínez-Duró, and J. Mahseredjian, "Analytical calculation of leakage inductance for low-frequency transformer modeling," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 28, no. 1, pp. 507–515, Jan. 2013.
- [19] C. Álvarez-Mariño, F. de León, and X. M. López-Fernández, "Equivalent circuit for the leakage inductance of multiwinding transformers: Unification of terminal and duality models," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 27, no. 1, pp. 353–361, Jan. 2012.
- [20] *Power System Transients: Parameter Determination*, F. de Leon, P. Gómez, J. A. Martínez-Velasco, and M. Rioual, Eds. Boca Raton, FL, USA: CRC, 2010.
- [21] K. B. McEachron, "Magnetic flux distribution in transformers," *Trans. AIEE*, vol. XLI, pp. 247–261, 1922.
- [22] T. Bödefeld, "Streuung und Feldbild in der Elektrotechnik," *Elektrotechnische Zeitschrift*, vol. 52, no. 24, pp. 763–768, 1931.
- [23] T. Bödefeld and H. Sequenz, *Elektrische Maschinen*. Vienna, Austria: Springer, 1952.
- [24] C. M. Arturi and M. Ubaldini, "Equivalent networks of heavily saturated static electromagnetic devices," presented at the Int. Conf. Elect. Mach., Munich, Germany, Sep. 1986.
- [25] A. Bossi, G. Caprio, S. Crepaz, G. Pescù, and M. Ubaldini, "Reti equivalenti di trasformatori a più avvolgimenti," *L'Elettrotecnica*, vol. 66, no. 4, pp. 321–336, Apr. 1979.

- 
- [26] G. R. Slemon, *Electric Machines and Drives*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1992.
- [27] S. E. Zirka, Y. I. Moroz, C. M. Arturi, N. Chiesa, and H. K. Høidalen, "Topology-correct reversible transformer model," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 27, no. 4, pp. 2037–2045, Oct. 2012.
- [28] J. A. Martinez-Velasco, R. Walling, B. A. Mork, J. Martin-Arnedo, and D. Durbak, "Parameter determination for modeling system transients—Part III: Transformers," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 20, no. 3, pp. 2051–2062, Jul. 2005.
- [29] L. F. Blume, G. Camilli, A. Boyajian, and V. M. Montsinger, *Transformer Engineering*, 2nd ed. New York: Wiley, 1951.
- [30] F. de León, A. Farazmand, and P. Joseph, "Comparing the T and  $\pi$  equivalent circuits for the calculation of transformer inrush currents," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 27, no. 4, pp. 2390–2398, Oct. 2012.
- [31] S. Jazebi, F. de León, A. Farazmand, and D. Deswal, "Dual reversible transformer model for the calculation of low-frequency transients," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 28, no. 4, pp. 2509–2517, Oct. 2013.
- [32] H. W. Dommel, *EMTP Theory Book*, 2nd ed. Vancouver, BC, Canada: Microtran Power System Analysis Corporation, 1992, ch. 6.
- [33] F. M. Starr, "An equivalent circuit for the four-winding transformer," *Gen. Elect. Rev.*, vol. 36, no. 3, pp. 150–152, Mar. 1933.
- [34] L. C. Aicher, "A useful equivalent circuit for a five-winding transformer," *Trans. AIEE*, vol. 62, no. 2, pp. 66–70, Feb. 1943.
- [35] G. Olivier and E. J. Gudefin, "Modelling of multiple-winding transformers," in *Proc. IMACS World Congr. Comput. Appl. Math.*, 1994, pp. 858–863.
- [36] T. Henriksen, "Transformer leakage flux modeling," presented at the Int. Conf. Power Syst. Transients, Rio de Janeiro, Brazil, Jun. 2001.
- [37] C. M. Arturi, "Model of a highly saturated three-phase autotransformer with tertiary winding and five-limb core and analysis of a time-varying short-circuit transient," *Eur. Trans. Elect. Power*, vol. 4, no. 6, pp. 513–524, 1994.
- [38] C. P. Schultz, "The coupled leakage model of a multiple winding transformer," in *Proc. IEEE Southeastcon*, Mar. 2011, pp. 6–11.