

ارزیابی قابلیت اطمینان سازه های خرابی با محدودیت های فرکانس طبیعی با

استفاده از الگوریتم های فرا ابتکاری

چکیده

احتمال خرابی (شاخص اعتبار) و ارزیابی ایمنی سازه ها مورد توجه مهندسی سازه است. به منظور محاسبه شاخص قابلیت اطمینان، روش های لحظه ای نیاز به یک فرم ریاضی صریح از عملکرد حالت حد و شیب این عملکرد دارند و روش های شبیه سازی به تعداد زیادی از ارزیابی های این عملکرد بستگی دارد. در این مطالعه به منظور کاهش تلاش های محاسباتی مسئله بهینه سازی تدوین شده است تا بتواند شاخص قابلیت اطمینان برای مشکلات ساختاری با عملکرد محدودی ضمنی را محاسبه کند. برای این منظور تابع هدف با استفاده از روش Lind و Hasofer تدوین می شود و عملکرد حالت حد بر اساس فرکانس حالت اول تعریف می شود. متغیرهای تصادفی شامل مدول الاستیسیته، تراکم مواد، جرم غیر ساختاری و سطح مقطع است. برای ارزیابی صحت رویکرد پیشنهادی در برآورد شاخص قابلیت اطمینان، چهار ساختار خرابی انتخاب شده و شاخص قابلیت اطمینان آنها با استفاده از روش الگوریتم متا اکتشافی شامل WEO، AWEO، CBO، ECBO، VPS و EVPS محاسبه می شود. در مقایسه با روش شبیه سازی مونت کارلو، رویکرد پیشنهادی عملکرد قابل قبولی را نشان می دهد.

کلمات کلیدی: شاخص قابلیت اطمینان، سازه های خرابی، محدودیت های فرکانس، احتمال شکست، الگوریتم های

فرا ابتکاری، بهینه سازی

1. مقدمه

تحلیل و طراحی سازه های مبتنی بر تئوری قابلیت اطمینان موضوعی است که اخیراً مورد توجه جدی قرار گرفته است. این توجه با ماهیت تصادفی پارامترهای ساختاری مانند خصوصیات مواد، بارهای خارجی، خصوصیات هندسی سطح مقطع، ابعاد هندسی سازه ها و غیره همراه است. با استفاده از تئوری قابلیت اطمینان در سیستم های ساختاری، عدم قطعیت های ناشی از ماهیت آماری پارامترهای ساختاری را می توان به عنوان معادلات ریاضی معرفی کرد در حالی که ملاحظات ایمنی و عملکرد کمی در فرآیند طراحی کاربرد دارد [1،2]. ارزیابی احتمال خرابی یا محاسبه شاخص قابلیت اطمینان یک مسئله اساسی در تحلیل قابلیت اطمینان سازه ها است. یکی از ساده ترین و ابتدایی ترین روش های تخمین مرتبه اول برای محاسبه شاخص پایایی توسط کرنل در سال 1969 پیشنهاد شد [3]. در سال 1974، هاسوفر و لیند شاخص قابلیت اطمینان جدید را به عنوان حداقل فاصله هندسی بین مبدا و عملکرد حالت کاهش یافته تعریف کردند [4]. در دهه های گذشته، محققان روشهای مختلفی را برای محاسبه احتمال خرابی یا شاخص پایایی ارائه داده اند که می تواند به شرح زیر طبقه بندی شود:

روش های لحظه ای: این روش ها مبتنی بر لحظه های مختلف متغیرهای تصادفی از جمله میانگین ارزش، واریانس و سایر لحظه های مرتبه بالاتر است. با استفاده از روش های شیب، کمترین فاصله از عملکرد حالت حد از مرکز سیستم مختصات استاندارد عادی به نام شاخص قابلیت اطمینان تعریف می شود. سپس با وجود این شاخص، احتمال شکست حاصل می شود [5-8].

روش های شبیه سازی: در این روشها مانند شبیه سازی مونت کارلو نمونه های تصادفی بر اساس تابع چگالی احتمال نمونه برداری برای متغیرهای تصادفی تولید می شوند. سپس عملکرد حالت حد برای هر نمونه محاسبه می شود. احتمال شکست با تقسیم تعداد دفعاتی که عملکرد حالت حد با تعداد کل شبیه سازی ها منفی است بدست می آید [9-13]. از آنجا که روش شبیه سازی مونت کارلو به تعداد زیادی از شبیه سازی ها نیاز دارد و نتایج حاصل از ارزیابی حجم بالا از عملکرد حالت محدود است محققان به سمت روش های جدید شبیه سازی کارآمد مانند: نمونه گیری

مجانبی (AS) [14]، شبیه سازی وزنه ای (WS) [15] و . شبیه سازی وزن بدون علامت (AWS) [16] حرکت می کنند.

روش های فرا ابتکاری: این روش ها مسئله محاسبه شاخص اعتبار را به یک مسئله بهینه سازی محدود تبدیل می کنند. در این روش ها، کمترین فاصله عملکرد حد مجاز از مبدا سیستم مختصات عادی استاندارد به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده و محدودیت ها نیز به عنوان تابع حد مجاز معرفی می شوند. روشهای فراشناختی مبتنی بر جمعیت برای یافتن شاخص قابلیت اطمینان [17-23] استفاده می شود. این روش ها دارای مزایای زیر هستند:

- با وجود روش های لحظه ای، نیازی به فرم ریاضی صریح عملکرد حالت حد نیست و محاسبات را می توان تنها با دسترسی به فرم ضمنی انجام داد

- در روش های لحظه ای، برای مقادیر حالت محدود، محاسبه مشتقات مرتبه اول (مانند روش FORM) و مرتبه دوم (مانند روش SORM) ضروری است. با این حال، این روش نیازی به مشتقات عملکرد حالت حد ندارد.

- روشهای FORM و SORM، به ترتیب عملکرد حالت حد را با تقریب مرتبه اول و مرتبه دوم در نظر می گیرند که خود باعث بروز خطا می شود. بنابراین، هیچکدام از روشهای FORM و SORM روشی قدرتمند برای توابع حالت حد مجاز مانند توابع حالت حد غیرخطی، توابع دارای چندین نقطه شکست یا ترکیبی از توابع حالت حد نیست.

- روش های شبیه سازی به تعداد زیادی شبیه سازی و در نتیجه حجم بالایی از ارزیابی عملکرد حالت حد نیاز دارند (خصوصاً برای احتمال خرابی). علاوه بر این، نقطه با بیشترین احتمال شکست، یعنی نقطه با کمترین فاصله از مبدا در فضای عادی استاندارد که منجر به عملکرد حالت حد صفر می شود در روش های شبیه سازی محاسبه نمی شود، در حالی که در روش فراابتکاری محاسبه می شود.

- علی رغم سادگی روش های لحظه ای، پاسخ به مسئله به میزان شروع جستجو بستگی دارد و در مشکلاتی که در چندین نقطه طراحی وجود دارد، ممکن است به پاسخ محلی مطلوب همگرا شود، که مطلوب نیست. با این حال، روش های فرا اکتشافی قادر به ترک محلی مطلوب هستند و می توانند از مقادیر اولیه نقاط جستجو مستقل باشند.

محققان قبلی برای محاسبه شاخص قابلیت اطمینان مشکلات ریاضی از الگوریتم های فرا اکتشافی استفاده کرده اند، اما مطالعات کمتری در مورد مشکلات ساختاری انجام داده اند که توابع حالت محدود در قالب فرمول های ریاضی صریح در دسترس نیست.

بنابراین، در این مقاله از الگوریتم های فرا ابتکاری مبتنی بر جمعیت برای محاسبه شاخص قابلیت اطمینان سازه ها استفاده شده است. این الگوریتم ها شامل WEQ، AWEO، CBO، ECBO، VPS و EVPS است که برای مشکل مختلف بهینه سازی استفاده می شود [24-27]. در این مقاله، چهار سازه خرپا با محدودیت های احتمالی فرکانس بیان شده است. هر مشکلی با 6 الگوریتم فراابتکاری ارائه شده است که هر یک از 100 اجرا انجام می شود و در آخر، نتایج با یکدیگر مقایسه می شوند.

بقیه این مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است: قسمت 2 خلاصه ای از مفهوم ارزیابی قابلیت اطمینان را ارائه می دهد. در قسمت 3، الگوریتم های بهینه سازی به طور خلاصه ارائه شده است. چهار مشکل عددی سازه خرپا با 10، 72، 52 و 120 عضو در قسمت 4 ارائه شده است. همه آنها به محدودیت فرکانس تنظیم شده اند و در آخر، قسمت 5 به نتیجه گیری اختصاص یافته است.

2. ارزیابی قابلیت اطمینان

ارزیابی احتمال عدم موفقیت (Pf) یک مسئله اساسی در تحلیل قابلیت اطمینان ساختارها است. در این بخش روشهای مختلف کلاسیک این تئوری بیان شده است. در این روشها، عدم قطعیت های احتمالی به عنوان متغیرهای تصادفی در مدل طراحی در نظر گرفته می شوند. عملکرد هر ساختار را می توان با عملکرد متغیرهای تصادفی اساسی سازه، بنام عملکرد محدود (LSF) Limit بیان کرد به طوری که مقدار مثبت عملکرد حالت حد، بیانگر ایمنی و ارزش منفی حد است. عملکرد نشانگر عدم موفقیت است. در تجزیه و تحلیل یک سیستم، منطقه شکست توسط تابع $g(R, Q) = [(R-Q \leq 0)]$ تعریف می شود. که در آن R و Q به ترتیب مقادیر مقاومت و اثرات بار بر روی سازه را نشان

می دهد. احتمال شکست ساختاری را می توان با در نظر گرفتن تابع چگالی احتمال مشترک، $f_{R,Q}$ ، برای متغیرهای تصادفی R و Q به شرح زیر بیان کرد:

$$P_f = P\{g(R, Q) \leq 0\} = \int_{g \leq 0} f_{R,Q} dR dQ \quad (1)$$

بدست آوردن پاسخ مستقیم به این انتگرال به دلیل پیچیدگی عملکرد چگالی احتمال مشترک (خصوصاً برای متغیرهایی که توزیع غیر عادی دارند) دشوار است و در بیشتر موارد با استفاده از فرضیات ساده انجام می شود. این فرضیات در دو روش تقریبی و شبیه سازی ارائه شده است. روش های تقریب بر اساس شاخص اعتبار، در تیلور درجه اول و دوم از عملکرد حالت حد استفاده می کنند. روش های مبتنی بر شبیه سازی احتمال خرابی را به طور مستقیم و با استفاده از نمونه گیری محاسبه می کنند.

یکی از ساده ترین و ابتدایی ترین روش های تخمین مرتبه اول برای قابلیت اطمینان توسط کرنل [3] در سال 1967 ارائه شده است. این روش مبتنی بر تفکیک منطقه ($g > 0$) و ناحیه خرابی ($g < 0$) و گسترش خطی تابع حالت حد در حدود نقطه میانگین است. سرانجام، تعریف شاخص قابلیت اطمینان β به شرح زیر است:

$$\beta = \frac{E[g]}{\sqrt{\text{Var}[g]}} = \frac{E[R] - E[Q]}{\sqrt{\text{Var}[R] - \text{Var}[Q]}} \quad \text{or} \quad \beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{\mu_R - \mu_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 - \sigma_Q^2}} \quad (2)$$

جایی که g عملکرد حالت حد را نشان می دهد و مطابق با معادله زیر محاسبه می شود.

$$g = g(R, Q) = R - Q \quad (3)$$

در این معادله، $E[g] = \mu_g$ ، $\text{Var}[g] = \sigma_g^2$ و مقدار میانگین، واریانس و انحراف استاندارد تابع g را نشان می دهند. روش کرنل به دلیل عدم توجه به عملکرد توزیع احتمال متغیرهای تصادفی، در حل مشکلات قابلیت اطمینان کارآمد نیست و همچنین به دلیل بدست آوردن پاسخهای مختلف، هنگام بیان عملکرد حالت محدود تغییر می یابد.

در سال 1974، هاسوفر و لیند [4] یک شاخص قابلیت اطمینان جدید را با استفاده از فرم خطی عملکرد حالت حد در ترکیب با یک نقشه برای انتقال متغیرهای تصادفی از فضای طراحی به فضای عادی استاندارد (با میانگین صفر و انحراف استاندارد واحد) بر اساس ایده کرنل ارائه دادند و این شاخص به عنوان حداقل فاصله هندسی بین مبدا و

عملکرد حالت کاهش یافته تعریف شده است. مطابق تعریفی که هاسوفر و لیند ارائه داده اند، نقطه طراحی نقطه ای از عملکرد حالت حد ($g = 0$) است که کمترین فاصله را از مبدا در فضای عادی استاندارد دارد. این نقطه همچنین به عنوان نقطه احتمالی شکست در نظر گرفته می شود (احتمالی ترین نقطه MPP). فاصله از این نقطه تا مبدأ به عنوان یک شاخص قابلیت اطمینان در نظر گرفته شده است که تخمین احتمال شکست ساختاری توسط معادله $P_f = \Phi(-\beta)$ که در آن Φ عملکرد توزیع عادی استاندارد است. بنابراین، یک مشکل بهینه سازی باید مطابق با معادله اعمال شود. (4) به منظور محاسبه طرح:

$$U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\} \text{ را بیابید}$$

$$\beta = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2}$$

میانگین را به دست آورید

$$g(U) = 0$$

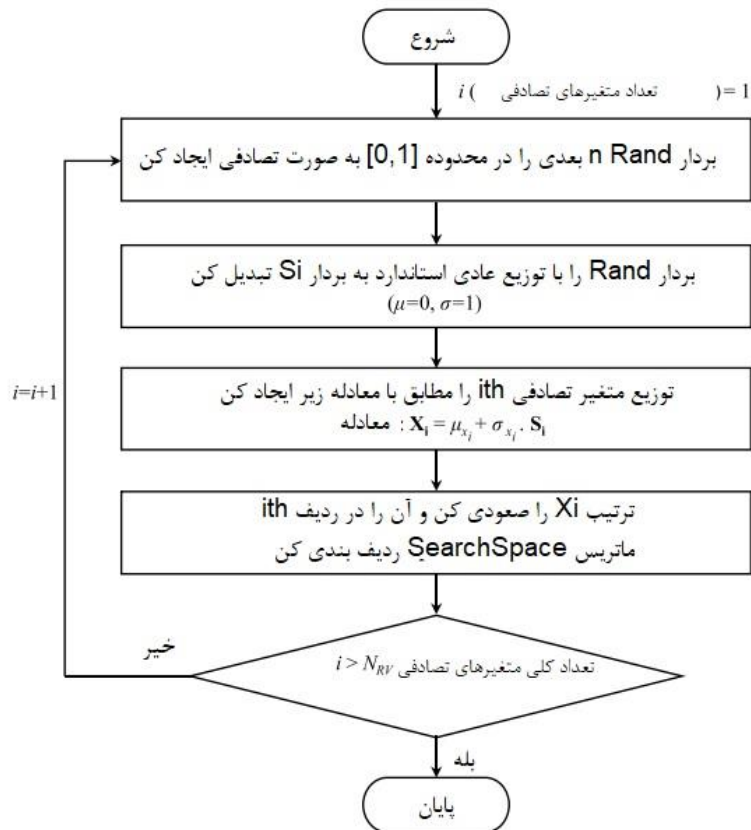
نسبت دهید به

در این معادله، u_i مقدار متغیر تصادفی i th را در فضای عادی استاندارد نشان می دهد و n تعداد متغیرهای تصادفی را نشان می دهد. این پارامتر برای متغیرهای تصادفی با توزیع عادی از طریق معادله زیر محاسبه می شود

$$u_i = \frac{x_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad (5)$$

که در آن μ_{x_i} و σ_{x_i} میانگین و انحراف استاندارد متغیر تصادفی x_i است.

ایده ارائه شده توسط هادوفر و لیند در مورد متغیرهای تصادفی با توزیع غیر عادی کاربردی نیست. در سال 1976، راکوویتز و فیسلر این محدودیت را با استفاده از روش انتقال عادی دو پارامتر معادل حل کردند [28] متداول ترین روش برای انتقال حالت متغیر غیر عادی به یک متغیر استاندارد در معادله 6 نشان داده شده است.



شکل 1. فلوچارت تولید فضای جست و جو

$$\sigma_x^e = \frac{1}{f_x(x^*)} \phi[\Phi^{-1}(F_x(x^*))]$$

$$\mu_x^e = x^* - \sigma_x^e [\Phi^{-1}(F_x(x^*))]$$

$$U = \frac{x^* - \mu_x^e}{\sigma_x^e}$$
(6)

در این معادله ، μ_x^e ، σ_x^e و f_x و F_x به ترتیب نشان دهنده میانگین نرمال معادله، انحراف استاندارد معادله عادی ، عملکرد چگالی احتمال (PDF) و عملکرد توزیع تجمعی (CDF) متغیر x^* است در حالی که پارامترهای Φ و ϕ به ترتیب PDF را برای توزیع عادی استاندارد و CDF برای توزیع عادی استاندارد را نشان می دهد. من اگر متغیر دارای عملکرد توزیع غیر عادی باشد، روش فوق با استفاده از نقشه متغیر را به یک فضای عادی استاندارد منتقل می کند. این باعث افزایش قابل توجهی در میزان غیر خطی بودن عملکرد حالت حد و متعاقباً دقت حسابگر را کاهش می دهد.

```

for i=1:nWM
    Dist(i)=norm(WM(i,:)-worstWM);
end
[a,b]=sort(Dist);
for i=1:nWM/2
    droplet-WM(i,:)=WM(b(i,:),);
end
Generate the corresponding  $\theta$  vector and DEP matrix using Eqs. (10) and (11), respectively.

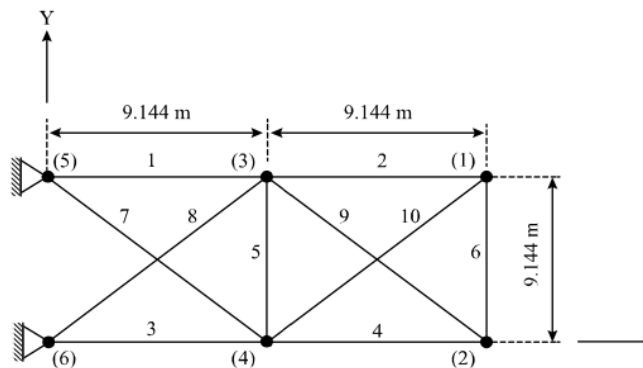
for i=1: nWM/2
    monolayer-WM(i,:)=WM(b(size(nWM/2+i),:));
end
Generate the corresponding Esub vector and MEP matrix using Eqs. (8) and (9), respectively.

for i=1:size(WM,1)
    if i <= nWM/2
        MDEP(b(i,:),)=DEP(i,:);
    else
        MDEP(b(i,:)=MEP(i-size(WM,1)/2,:);
    end
end
end

```

شکل 2. شبه کد برای ایجاد ماتریس MDEP

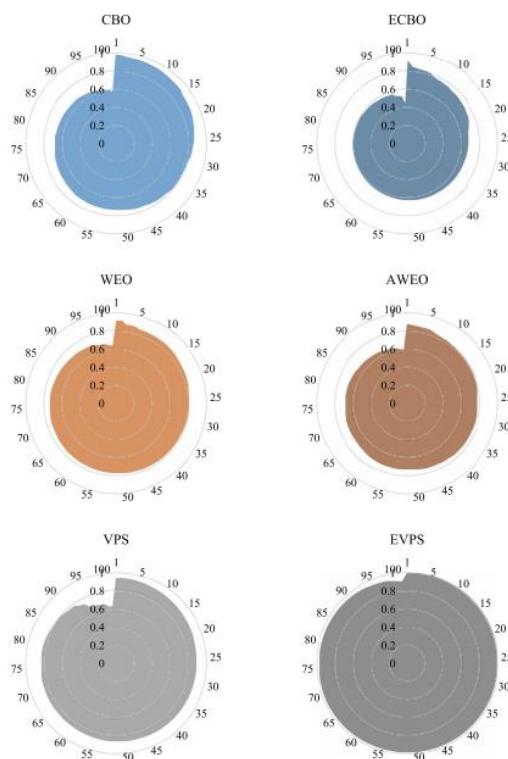
در این مقاله، به منظور اعمال نوع توزیع متغیرها، فضای جستجوی مسئله بهینه سازی برای n نمونه های هر متغیر مطابق شکل ایجاد می شود. الگوریتم بهینه سازی برای جستجوی راه حل بهینه، بردار تولید می کند که ابعاد آن تعداد کل متغیرهای تصادفی (NRV) اعداد صحیح در فاصله $[1, n]$ است. با توجه به مقادیر این بردار و معادله 5، بردار U در معادله 4 از فضای جستجوی مسئله ایجاد می شود (ماتریس SearchSpace). برای بررسی کارآیی روش پیشنهادی برای محاسبه شاخص قابلیت اطمینان، حد فرکانس حالت اول سازه به عنوان محدودیت احتمالی انتخاب شده است. بر این اساس در معادله 3، R مقدار فرکانس مجاز، همه در rad/s (سقوط هرتز) است که در هر مشکل به طور جداگانه ذکر شده است. همچنین Q مقدار فرکانس موجود، ω در rad/s (f در هرتز)، در ساختار خرپا را نشان می دهد. این پارامتر از آنالیز معین بدست می آید.



شکل 3. طرح خرپای 10 بار سطحی

واحد، متغیر تصادفی	میانگین	COV
E (مدول کشسان), N/m^2	6.98×10^{10}	5%
ρ (چگالی مواد), kg/m^3	2770	5%
m (جرم مازاد), kg	454.0	5%
A (المان بخش مقطعی), cm^2	$A_1 = 42.893, A_2 = 19.020, A_3 = 45.926,$ $A_4 = 18.729, A_5 = 0.661, A_6 = 5.714,$ $A_7 = 30.599, A_8 = 30.019, A_9 = 15.320,$ $A_{10} = 15.883$	5%

جدول 1. متغیرهای شانس برای مسئله خرپای 10 بار



شکل 4. مقایسه عملکرد الگوریتم‌ها در 100 دور غیر مستقل خرپای 10 بار

جلوگیری از سر و صدا در تست‌های دینامیکی واقعی غیرممکن است، بنابراین باید استحکام رویکرد پیشنهادی مورد بحث قرار گیرد. این موضوع با ایجاد انحراف کوچک در پارامترهای دینامیکی تجربی (معادله (7)) بررسی شده و استحکام این رویکرد نیز برای کلیه مشکلات بررسی شده است.

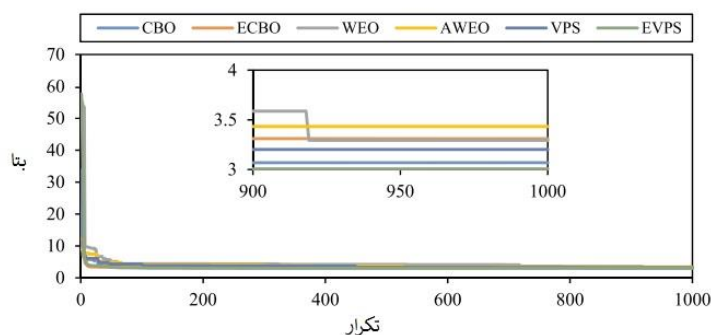
$$\omega_{noise} = \omega \times (1 + \alpha \times Noise) \quad (7)$$

در معادله (7)، α یک عدد تصادفی در فاصله $[-1, 1]$ است و نویز انحراف فرکانس های طبیعی است. ω حاکی از فرکانس با مقدار پر سر و صدا است.

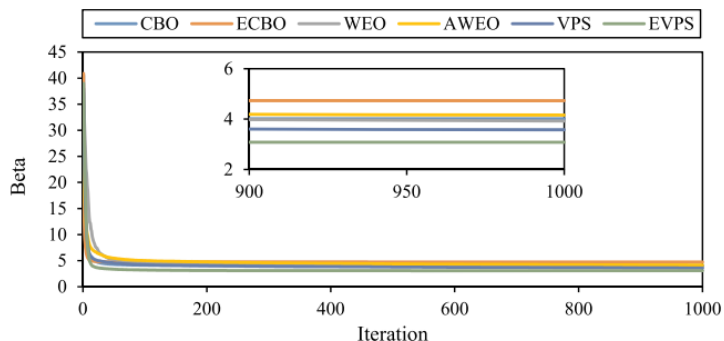
3. الگوریتم های بهینه سازی فراابتکاری

3.1. بهینه سازی تبخیر آب

الگوریتم بهینه سازی تبخیر آب (WEO) توسط کاوه و بخش پوری [29] با الهام از روند تبخیر مولکول های آب از سطح اجسام جامد در مقیاس میکروسکوپی و بر اساس معادلات ارائه شده توسط وانگ و همکاران ارائه شده است. [30] الگوریتم WEO از دو مرحله مجزا به نام تبخیر تک لایه و قطره تشکیل شده است.



شکل 5. مقایسه همگرایی منحنی ها برای بهترین دور بدست آمده از الگوریتم ها برای خرابی 10 بار



شکل 6. مقایسه همگرایی منحنی ها برای دوره های میانگین بدست آمده از الگوریتم ها برای خرابی 10 بار

	CBO	ECBO	WEO	AWEO	VPS	EVPS	MCS
بهترین β	3.0693	3.3110	3.2941	3.4335	3.2021	3.0067	-
بهترین β^a	3.0754	3.3454	3.3278	3.4627	3.2118	3.0083	-
بدترین β	5.2835	6.8397	4.7583	5.1457	4.8325	3.3376	-
بدترین β^a	5.5920	6.9753	4.9933	5.1828	4.8752	3.4185	-
میانگین β	4.0146	4.7317	3.9226	4.1588	3.5763	3.0790	2.9633
میانگین β^a	4.2088	4.7622	3.9865	4.1902	3.5830	3.0958	-
Std β	0.5610	0.5346	0.2930	0.3720	0.3359	0.0641	0.0197
Std β^a	0.5828	0.5464	0.3069	0.4193	0.3537	0.0883	-
زمان پردازش (ثانیه)	3.66	3.60	3.37	3.46	4.58	3.83	15.30
تعداد کل ارزیابی های تابع محدود	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	2×10^5

جدول 2. نتایج بهینه سازی آماری بدست آمده از الگوریتم ها برای مسئله خرپای 10 بار

مرحله تبخیر تک لایه در نیمه اول تکرارهای بهینه سازی $(t \leq t_{max}/2)$ انجام می شود. در این مرحله مقدار انرژی

بستر برای مولکول آب i th در تکرار t th $(E_{sub}(i)^t)$ بر اساس مقدار هدف (Fit_i^t) مطابق با معادله زیر محاسبه می

شود

$$E_{sub}(i)^t = \frac{(E_{max} - E_{min}) \times (Fit_i^t - Min(Fit))}{(Max(Fit) - Min(Fit))} + E_{min} \quad (8)$$

در معادله (8)، E_{max} و E_{min} به ترتیب -0.5 و -3.5 هستند. $Max(Fit)$ و $Min(Fit)$ به ترتیب حداکثر و

حداقل مقدار عملکرد هدف مولکول های آب هستند. پس از محاسبه $E_{sub}(i)$ ، احتمال تبخیر تک لایه (MEP) طبق

معادله 9 بدست می آید.

$$MEP_{ij}^t = \begin{cases} 1 & \text{if } rand_{ij} < \exp(E_{sub}(i)^t) \\ 0 & \text{if } rand_{ij} \geq \exp(E_{sub}(i)^t) \end{cases} \quad (9)$$

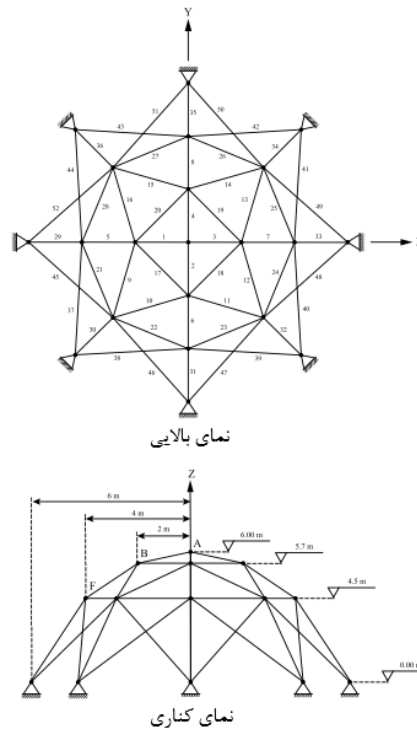
در این معادله، MEP_{ij}^t احتمال به روزرسانی متغیر j th از مولکول آب در t th تکرار را دارد.

مرحله دوم مرحله تبخیر قطرات است که در نیمه دوم تکرار بهینه سازی انجام می شود $(t > t_{max} / 2)$. در این مرحله،

تماس زاویه مولکول آب i th در تکرار t th $(\theta_{sub}(i)^t)$ بر اساس مقدار عملکرد هدف آن (Fit_i^t) مطابق با معادله 10 تعیین

می شود.

$$\theta(i)^t = \frac{(\theta_{max} - \theta_{min}) \times (Fit_i^t - Min(Fit))}{(Max(Fit) - Min(Fit))} + \theta_{min} \quad (10)$$



شکل 7. طرح خریای گنبدی شکل 52 بار

در معادله (10)، θ_{\min} و θ_{\max} به ترتیب 20- و 50- درجه هستند. احتمال تبخیر قطر (DEP) طبق معادله 11 محاسبه می شود.

$$DEP_{ij}^t = \begin{cases} 1 & \text{if } rand_{ij} < J(\theta_i^{(t)}) \\ 0 & \text{if } rand_{ij} \geq J(\theta_i^{(t)}) \end{cases} \quad (11)$$

در این معادله، DEP_{ij}^t در حال به روزرسانی احتمال متغیر j th از مولکول آب در تکرار t th است. J جریان تبخیر است که مطابق با معادله 12 محاسبه می شود و حداکثر و حداقل مقادیر آن به ترتیب 1.0 و 0.6 هستند.

جدول 3. گروه بندی المان گرفته شده از مسئله خریای گنبدی شکل 52 بار

تعداد گروه	المان ها	تعداد گروه	المان ها
1	1-4	5	21-28
2	5-8	6	29-36
3	9-16	7	37-44
4	17-20	8	45-52

جدول 4. متغیرهای تصادفی برای مسئله خرابی گنبدی شکل 52 بار

واحد، متغیر تصادفی	Mean	COV
E (مدول کشسان), N/m^2	2.1×10^{11}	5%
ρ (چگالی مواد), kg/m^3	7800	5%
A (جرم مازاد), kg	50.0	5%
A (المان بخش مقطعی), cm^2	$A_1 = 1.0464, A_2 = 1.7295, A_3 = 1.6507,$ $A_4 = 1.5059, A_5 = 1.7210, A_6 = 1.0020,$ $A_7 = 1.7415, A_8 = 1.2555$	5%

$$J(\theta) = J_0 P_0 \left(\frac{2}{3} + \frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right)^{-2/3} (1 - \cos \theta), \quad J_0 P_0 = \frac{1}{2.6} \quad (12)$$

در هر دو مرحله، جایگشت تصادفی با توجه به معادله 13 تولید می شود.

$$S = rand.(WM^{(t)}[permute1(i)(j)] - WM^{(t)}[permute2(i)(j)]) \quad (13)$$

در معادله (13)، جایگشت 1 و 2 دو ردیف مختلف از عملکردهای جایگشت هستند. تعداد مولکول آب را نشان می

دهد و J تعداد متغیر است. $WM^{(t)}$ ماتریسی از موقعیت مولکولهای آب ورودی در تکرار است.

موقعیت مولکولهای تبخیر شده ($WM^{(t+1)}$) بر اساس موقعیت فعلی مولکول های آب ($WM^{(t)}$) و ماتریس های

احتمال تبخیر، با توجه به معادله 14 محاسبه می شود. علامت "°" حاکی از افزایش عنصر به عنصر است.

$$WM^{(t+1)} = WM^{(t)} + S_0 \begin{cases} MEP^{(t)} & t \leq t_{max}/2 \\ DEP^{(t)} & t > t_{max}/2 \end{cases} \quad (14)$$

اگر مقدار عملکرد هدف هر مولکول تبخیر شده ($WM^{(t+1)}$) بهتر از عملکرد مولکول آب جاری ($WM^{(t)}$) باشد،

مولکول آب جاری با مولکول تبخیر شده جایگزین می شود. در غیر این صورت تغییری در مولکول آب جاری مشاهده

نمی شود. بهترین مولکول آب که تاکنون پیدا شده ذخیره شده و گزارش شده است.

3.2 بهینه سازی تبخیر آب با شتاب

الگوریتم بهینه سازی تبخیر آب (AWEO) نسخه ای از WEO است که توسط کاوه و بخش پوری ارائه شده است.

همانطور که اشاره شد، روند الگوریتم WEO در دو مرحله مجزا صورت می گیرد. به عبارت دیگر، نیمی از فرآیند بهینه

سازی با توجه به مرحله تبخیر تک لایه و نیمه دیگر مطابق با مرحله تبخیر قطرات انجام می شود. با این حال، در فرآیند الگوریتم AWEQ، از این دو مرحله بطور همزمان در هر تکرار استفاده می شود در هر تکرار از این الگوریتم، ابتدا بردار فاصله بین همه مولکول ها و بدترین مولکول جریان (فاصله) با توجه به معادله 15 محاسبه می شود.

$$dist_i = |worstWM - WM_i| \quad (i=1, 2, \dots, nWM) \quad (15)$$

تمام مولکول ها طبق ترتیب صعودی طبقه بندی می شوند. سپس، ماتریس های MEP و DEP طبق معادله های (9) و (11) ایجاد می شوند. به منظور به روز کردن نیمه اول و دوم مولکول های مرتب شده، ماتریس MDEP با ترکیبی از ماتریس های MEP و DEP بر اساس شبه کد نشان داده شده در Fi شکل می گیرد. پس از تولید جابجایی تصادفی طبق معادله 13 موقعیت مولکولهای تبخیر شده (WM^{t+1}) بر اساس موقعیت فعلی مولکول های آب (WM^t) و ماتریس MDEP با توجه به معادله 16 محاسبه می شود.

$$WM^{(t+1)} = WM^{(t)} + S \cdot MDEP^{(t)} \quad (16)$$

اگر مقدار عملکرد عینی هر مولکول تبخیر شده (WM^{t+1}) بهتر از عملکرد هدف مولکول آب جاری ($WM^{(t)}$) باشد، مولکول آب جاری با مولکول تبخیر شده جایگزین می شود. در غیر این صورت، هیچ تغییری در مول آب فعلی ایجاد نمی شود.

3.3 بهینه سازی برخورد اجسام

الگوریتم بهینه سازی برخورد اجسام (CBO) توسط کاوه و مهدوی با الهام از قوانین بدنی حاکم بر اجساد برخورد پیشنهاد شد (23). در هر تکرار از این الگوریتم، ابتدا جرم برای همه جمعیت (CBS) با توجه به معادله 17 تعیین می شود

$$m_k = \left(\frac{1}{fit(k)} \right) / \left(\sum_{i=1}^{nCB} \frac{1}{fit(i)} \right) \quad (17)$$

در این معادله ، تناسب (i) تابع هدف بدن برخورد کننده (IB) است و nCB تعداد جمعیت الگوریتم است. پس از صعود طبقه بندی جمعیت بر اساس ارزش عملکرد هدف، جمعیت طبقه بندی شده به دو گروه مساوی تقسیم می شوند: نیمه اول جمعیت شامل CB های ثابت و نیمه دوم شامل حرکت است. CB های در حال حرکت به سمت CB های ثابت حرکت می کنند و با آنها برخورد می کنند. سرعت قبل از برخورد (v) و پس از برخورد این دو گروه (v) طبق معادله های 18 و 19 محاسبه می شود.

$$v_i = \begin{cases} 0 & , \quad \left(i = 1, 2, \dots, \frac{nCB}{2} \right) \\ x_i - x_{i-(nCB/2)} & , \quad \left(i = \frac{nCB}{2} + 1, \frac{nCB}{2} + 2, \dots, nCB \right) \end{cases} \quad (18)$$

$$v'_i = \begin{cases} \left(\frac{m_{i+(nCB/2)} + \epsilon m_{i+(nCB/2)}}{m_i + m_{i+(nCB/2)}} \right) v_{i+(nCB/2)} & , \quad \left(i = 1, 2, \dots, \frac{nCB}{2} \right) \\ \left(\frac{m_i - \epsilon m_{i-(nCB/2)}}{m_i + m_{i-(nCB/2)}} \right) v_i & , \quad \left(i = \frac{nCB}{2} + 1, \frac{nCB}{2} + 2, \dots, nCB \right) \end{cases} \quad (19)$$

در این معادلات ، v_i ، v'_i ، x_i و m_i به ترتیب سرعتهای قبل و بعد از برخورد، موقعیت ith CB و جرم آن هستند. پارامتر ϵ ضریب بازگشت را نشان می دهد که توسط معادله زیر محاسبه می شود

$$\epsilon = 1 - \frac{t}{t_{\max}} \quad (20)$$

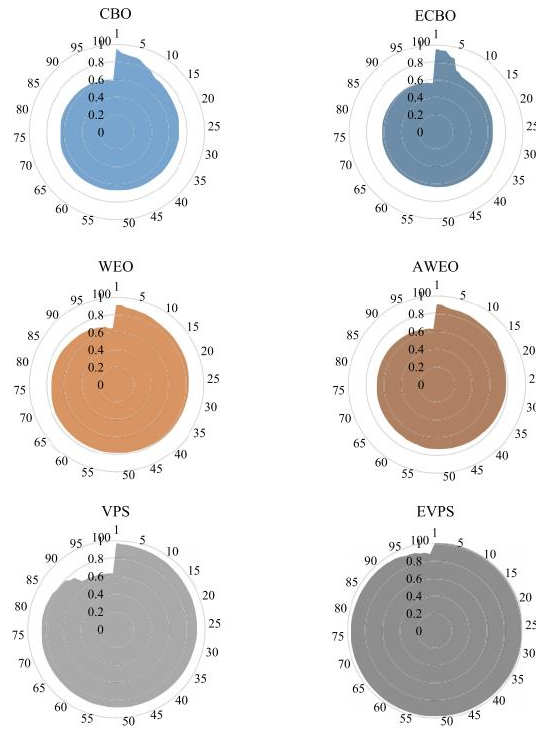
که در آن t تعداد تکرار و max تعداد کل الگوریتم i است

موقعیت جدید CB های ثابت و در حال حرکت طبق معادله 21 و 22 به دست می آید.

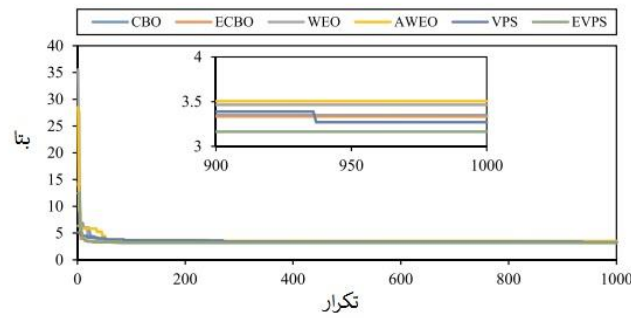
$$x_i^{new} = x_i + rand \cdot v'_i , \quad \left(i = 1, 2, \dots, \frac{nCB}{2} \right) \quad (21)$$

$$x_i^{new} = x_{i-(nCB/2)} + rand \cdot v'_i , \quad \left(i = \frac{nCB}{2} + 1, \frac{nCB}{2} + 2, \dots, nCB \right) \quad (22)$$

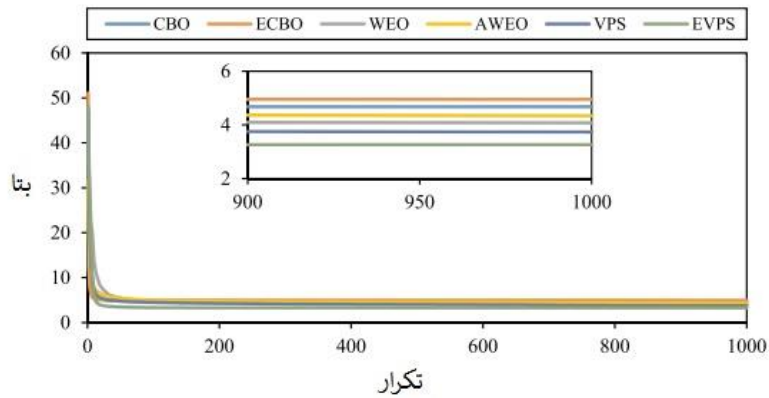
در این معادلات ، x_i موقعیت فعلی ith CB است و rand یک بردار با ابعاد تعدادی از متغیرهای مسئله (N) متشکل از اعداد تصادفی در فاصله را نشان می دهد.



شکل 8. مقایسه عملکرد الگوریتم ها در 100 دور مستقل برای خرابی 52 بار



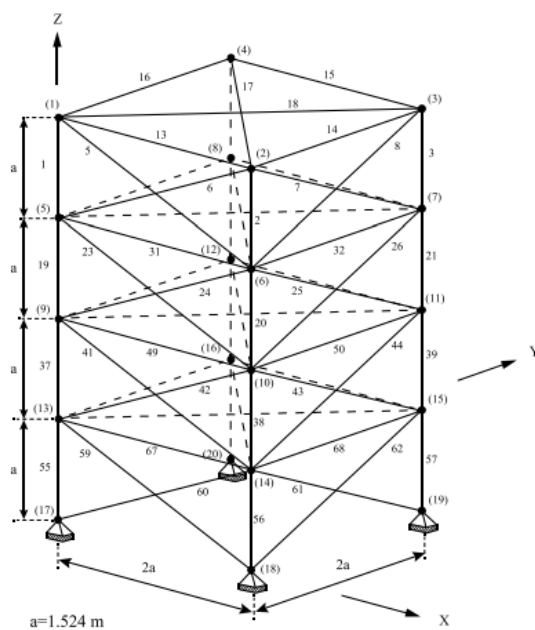
شکل 9. مقایسه همگرایی منحنی ها برای بهترین دور بدست آمده از الگوریتم ها برای خرابی 52 بار



شکل 10. مقایسه همگرایی منحنی ها برای دوره های میانگین بدست آمده از الگوریتم ها برای خرابی 52 بار

	CBO	ECBO	WEO	AWEO	VPS	EVPS	MCS
بهترین β	3.3472	3.3335	3.4648	3.5046	3.2701	3.1635	-
بهترین β^a	3.3658	3.3582	3.4699	3.5667	3.3050	3.1654	-
بدترین β	5.4004	5.6919	4.9194	5.1142	5.0806	3.6287	-
بدترین β^a	5.6611	5.9002	4.9285	5.2385	5.1260	3.7460	-
میانگین β	4.6761	4.9533	4.0739	4.3435	3.7334	3.2652	3.1303
میانگین β^a	4.6929	4.9892	4.1025	4.3676	3.7715	3.2757	-
Std β	0.4126	0.4127	0.3043	0.3966	0.4418	0.0927	0.0208
Std β^a	0.4888	0.4179	0.3116	0.4468	0.4578	0.1044	-
زمان پردازش (ثانیه)	28.96	28.28	28.19	28.48	29.18	28.49	177.43
تعداد کلی ارزیابی های عملکردی محدود	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	2×10^5

جدول 5. بهینه سازی آماری نتایج بدست آمده از الگوریتم ها برای مسئله خرپای 52 بار



شکل 11. طرح خرپای انتقالی 72 بار

تعداد گروه	المان ها	مناطق مقطعی	تعداد گروه	المان ها	مناطق مقطعی
1	1-4	2.987	9	37-40	13.450
2	5-12	7.849	10	41-48	8.073
3	13-16	0.645	11	49-52	0.645
4	17-18	0.645	12	53-54	0.645
5	19-22	8.765	13	55-58	16.684
6	23-30	8.153	14	59-66	8.159
7	31-34	0.645	15	67-70	0.645
8	35-36	0.645	16	71-72	0.645

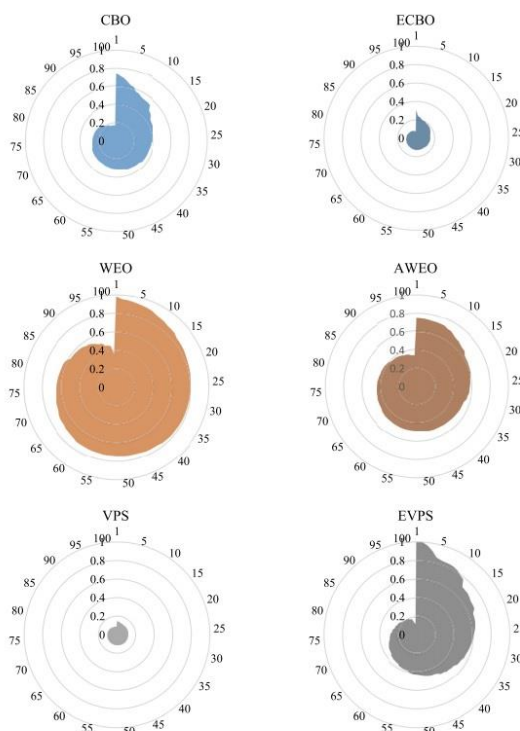
جدول 6. گروه بندی المان ها و بخش های آن ها در مسئله انتقال خرپای 72 بار

واحد متغیر تصادفی	میانگین	COV
E (مدول های کنسانی N/m^2)	6.98×10^{10}	5%
ρ (چگالی مواد kg/m^3)	2770.0	5%
جرم مازاد kg	2270.0	5%
A (گروه المان مقطعی cm^2)	Mentioned in Table 6	5%

جدول 7. متغیرهای تصادفی برای مسئله انتقال خرپای 72 بار

3.4 بهینه سازی بدنه های برخورد

الگوریتم بهینه سازی بدنه های برخورد تصادفی (ECBO) توسط کاوه و الیچی غازان به منظور بهبود عملکرد CBO معرفی شده است [33]. این الگوریتم از حافظه برای افزایش سرعت همگرایی الگوریتم CBO استفاده می کند. بر این اساس، در هر تکرار الگوریتم، بهترین پاسخ های یافت شده در حافظه برخورد (CM) ذخیره می شوند. این پاسخ ها به جمعیت افزوده می شود و بدترین اعضای جمعیت فعلی از بین می روند.



شکل 12. مقایسه عملکرد الگوریتم ها در 100 دور مستقل خرپای 72 بار

سپس جمعیت جدید با توجه به مقادیر عملکرد هدف خود، به ترتیب صعودی طبقه بندی می شوند. سرانجام، موقعیت جدید CB های در حال حرکت و ثابت مانند الگوریتم CBO محاسبه می شود. همچنین پارامتری به نام Pro در فواصل (0 ، 1) برای سرعت بخشیدن به فرار از بهینه محلی تعریف شده است. برای هر متغیر از هر CB ، مقدار Pro با مقایسه می شود که در فاصله زمانی (0 ، 1) یک عدد تصادفی است. اگر rn_j از Pro کوچکتر باشد، متغیر CB j th در نظر گرفته شده به طور تصادفی تولید می شود.

3.5 الگوریتم سیستم ذرات ارتعاشی

الگوریتم سیستم ذرات ارتعاشی (VPS) توسط کاوه و ایلچی غازان بر اساس ارتعاش آزاد سیستم های آزادی درجه یک با میرا ض چسبناک ارائه شده است [34]. در این الگوریتم، موقعیت هر ذره با توجه به سه موقعیت زیر با اهمیت نسبی متفاوت به روز می شود:

- HB: بهترین موقعیت برای همه ذرات یافت می شود

- GP: یک ذره خوب که به طور تصادفی از نیمه اول جمعیت طبقه بندی شده است بر اساس افزایش ارزش عملکرد هدف در هر تکرار انتخاب می شود.

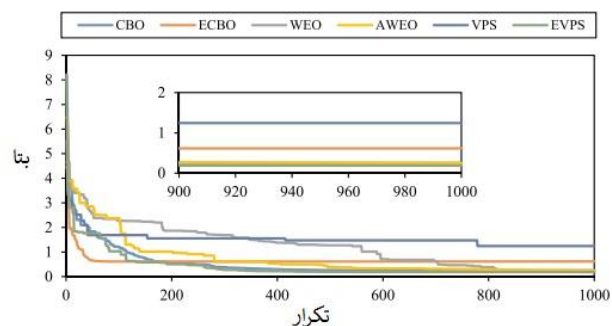
- BP: یک ذره بد که به طور تصادفی از نیمه دوم جمعیت طبقه بندی شده است بر اساس افزایش ارزش عملکرد هدف در هر تکرار انتخاب می شود.

موقعیت هر ذره طبق معادله 23 به روز می شود.

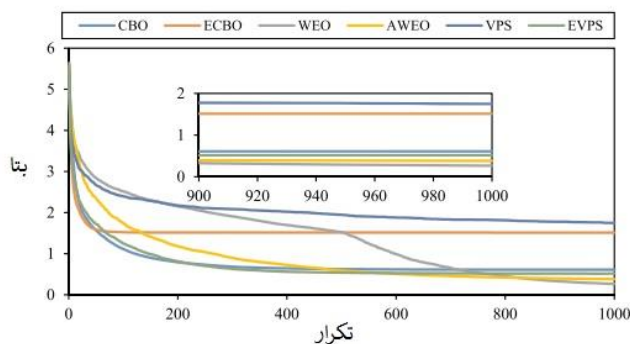
$$x_i^j = \omega_1 \cdot [D.A.rand1.HB^j] + \omega_2 \cdot [D.A.rand2.GP^j] + \omega_3 \cdot [D.A.rand3.BP^j] \quad A = [\omega_1 \cdot (HB^j - x_i^j)] + [\omega_2 \cdot (GP^j - x_i^j)] + [\omega_3 \cdot (BP^j - x_i^j)] \quad \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1 \quad (23)$$

در معادله (22) ، x_i^j مقدار متغیر j th ذره i th است $rand1$ ، $rand2$ و $rand3$ اعداد تصادفی در فاصله [0 ، 1]

هستند ω_1 ، ω_2 و ω_3 پارامترهایی هستند که به ترتیب اهمیت نسبی HB ، GP را تعریف می کنند



شکل 13. مقایسه همگرایی منحنی ها برای بهترین دور بدست آمده از الگوریتم ها برای خرپای 72 بار



شکل 14. مقایسه همگرایی منحنی ها برای دوره های میانگین بدست آمده از الگوریتم ها برای خرپای 72 بار

	CBO	ECBO	WEO	AWEO	VPS	EVPS	MCS
بهترین β	0.2511	0.6147	0.1898	0.2489	1.2434	0.1856	-
β^{st} بهترین	0.2669	0.8146	0.1914	0.2539	1.2448	0.1958	-
β بدترین	1.1271	2.6767	0.5177	0.5565	2.2151	1.4904	-
β^{st} بدترین	1.2763	2.7008	0.5521	0.5786	2.2422	1.6689	-
β میانگین	0.6100	1.5122	0.2653	0.3803	1.7480	0.5165	0.1452
β^{st} میانگین	0.6105	1.6110	0.2662	0.3806	1.7583	0.5339	-
Std β	0.2027	0.3974	0.0545	0.0773	0.1894	0.2749	0.0027
Std β^{st}	0.2395	0.4018	0.0557	0.0795	0.1903	0.2768	-
زمان پردازش (ثانیه)	37.02	36.64	36.07	36.49	36.35	36.09	220.49
تعداد گام ارزیابی های عملکردی محدود	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	2×10^5

جدول 8. بهینه سازی آماری نتایج بدست آمده از الگوریتم ها برای مسئله خرپای 72 بار

. و D پارامتر مدل سازی سطح میرایی در لرزش است که مطابق با معادله 24 تعریف می شود.

$$D = \left(\frac{t}{t_{max}} \right)^\alpha \quad (24)$$

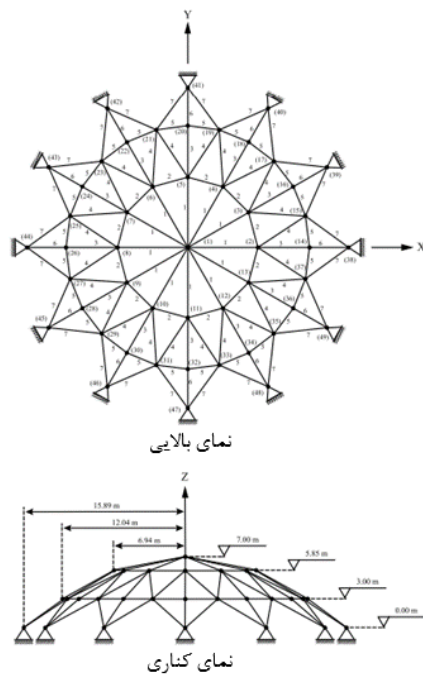
در این معادله، t تکرار فعلی است. t_{max} حداکثر تکرار فرآیند بهینه سازی است. و α یک مقدار ثابت است.

همچنین برای سرعت بخشیدن به فرآیند همگرایی، پارامتر p برای هر ذره در فاصله (0, 1) تعریف شده است. اگر p

در فاصله زمانی [0, 1] از عدد تصادفی کوچکتر باشد، ω_3 صفر در نظر گرفته می شود.

3.6 سیستم ذرات ارتعاشی پیشرفته

الگوریتم سیستم ذرات ارتعاشی پیشرفته (EVPS) توسط کاوه و همکاران ارائه شده است. به منظور بهبود عملکرد VPS [35]. در این الگوریتم، OHB با افزایش حافظه که بهترین موقعیت های NB را دارد، HB را جایگزین می کند. OHB یکی از موقعیت های حافظه است که بطور تصادفی انتخاب می شود (OHB، GP و BP بطور مستقل برای هر ذره به دست می آیند). علاوه بر این، موقعیت ذرات با توجه به یکی از معادلات (الف)، (ب) یا (ج) در معادله به روز می شود. (25) به ترتیب از نظر ω_1 ، ω_2 و ω_3 . در این معادله، rand یک عدد تصادفی در فاصله [0، 1] است.



شکل 15. طرح خرپای گنبدی 120 بار

$$x_i^j = \begin{cases} [D.A.rand1.OHB^j] \\ [D.A.rand2.GP^j] \\ [D.A.rand3.BP^j] \end{cases} \quad A = \begin{cases} (-1)^{round(rand)} (OHB^j - x_i^j) & (a) \\ (-1)^{round(rand)} (GP^j - x_i^j) & (b) \\ (-1)^{round(rand)} (BP^j - x_i^j) & (c) \end{cases} \quad \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1 \quad (25)$$

4. مسائل عددی

در این بخش، شاخص های قابلیت اطمینان چهار خرپای معیار بهینه سازی شده توسط محققان دیگر با استفاده از الگوریتم های پیشنهادی متا اکتشافی محاسبه شده و نتایج ارائه شده است. شاخص قابلیت اطمینان در همه مشکلات

مربوط به محدودیت فرکانس حالت اول (ω_1) است. متغیرهای تصادفی در نظر گرفته شده در کلیه مشکلات عبارتند از: مدول الاستیسیته (E)، جرم در واحد حجم (ρ)، مقدار جرم غیر ساختاری و سطح مقطع المان یا گروه های المان است. کلیه متغیرهای تصادفی توزیع عادی با ضریب تغییرات 5٪ دارند. برای اطمینان از عملکرد الگوریتم ها، شاخص قابلیت اطمینان برای هر یک از مسائل (با و بدون سر و صدا) به دست آمده در 100 اجرا مستقل است. برای همه مشکلات، تعداد جمعیت در نظر گرفته شده و تکرار همه الگوریتم ها به ترتیب 30 و 1000 است.

واحد، متغیر تصادفی	Mean	COV
مدول (کشسان) E , N/m^2	2.1×10^{11}	5%
چگالی مواد ρ , kg/m^3	7971.810	5%
جرم مازاد m , kg	$m_1 = 3000, m_2 = 500, m_3 = 100$	5%
المان بخش A (مقطعی), cm^2	$A_1 = 19.523, A_2 = 97.161, A_3 = 30.368,$ $A_4 = 20.000, A_5 = 54.922, A_6 = 23.832,$ $A_7 = 16.148$	5%

جدول 9. متغیرهای شانسی برای مسئله خرپای گنبدی 120 بار

در کلیه مشکلات، تعداد نمونه های در نظر گرفته شده برای هر متغیر تصادفی و سر و صدا به ترتیب 106 و 0.05 است. به منظور ارزیابی صحت عملکرد الگوریتم ها در محاسبه شاخص اعتبار، از روش MCS با نمونه $105 * 2$ برای کلیه مشکلات استفاده شده است. سیستمی با CPU Core i7-6700 4.00 گیگاهرتز برای پیاده سازی رایانه به کار می رود و زمان محاسبات از نظر زمان CPU اندازه گیری می شود.

4.1 خرپای مسطح 10

اولین مشکل در نظر گرفته شده خرپای 10 بار است که در شکل 3 نشان داده شده است. این خرپا یک معیار معیار شناخته شده است که توسط بسیاری از محققان مورد بررسی قرار گرفته است. [36-39]. جرم غیر ساختاری 454.0 کیلوگرم به گره های آزاد اضافه شده است. سطح مقطع عناصر مطابق با طراحی بهینه V. Ho-Huu و همکاران انتخاب می شود. [40]. خصوصیات این مشکل در جدول 1 نشان داده شده است. 13 متغیر تصادفی در این مشکل وجود

دارد. محدودیت احتمالی که برای این خرپا در نظر گرفته شده است $\omega_1 = 43.9823 \text{ RAD / s}$ ($f_1 = 7.0$ هرتز) است که شاخص قابلیت اطمینان براساس آن محاسبه می شود.

شکل 4 عملکرد الگوریتم ها نسبت به یکدیگر را در 100 اجرا مستقل نشان می دهد. نمودارها نشانگر نسبت بهترین راه حل کلی به راه حل هر اجرا به ترتیب صعودی برای هر الگوریتم است. هرچه این نسبت بالاتر باشد، اختلاف بین بهترین راه حل و راه حل های به دست آمده از مسیرها و در نتیجه، راه حل بهتر نیز کمتر می شود. طبق شکل، الگوریتم EVPS عملکرد یکنواخت تری نسبت به سایر الگوریتم ها دارد. شکل 5 و 6 فرایند همگرایی بهترین راه حل و میانگین پاسخ هر الگوریتم را نشان می دهد. در جدول 2 نتایج الگوریتم های این مشکل (بهترین، بدترین و میانگین راه حل های هر الگوریتم) و مقدار شاخص پایایی محاسبه شده از روش MCS گزارش شده است. این جدول نشان می دهد که الگوریتم EVPS توانسته است با یک تفاوت قابل قبول با مقدار به دست آمده از روش MCS بهترین راه حل را پیدا کند. با مقایسه مقدار β و β^α ، استحکام این روش در برابر مقادیر پر سر و صدا فرکانس تأیید می شود.

4.2 خرپای گنبدی 52 بار

خرپای گنبدی 52 بار به عنوان دومین مشکل در نظر گرفته شده است. هندسه این خرپا در شکل 7 نشان داده شده است. این خرپا در ادبیات بهینه سازی به عنوان یک مسئله برای بهینه سازی شکل و اندازه سطح مقطع عناصر تحت محدودیت فرکانس [41-43] مورد مطالعه قرار گرفته است.

جدول 10. بهینه سازی آماری نتایج بدست آمده از الگوریتم های مسئله خرپای 120 بار

	CBO	ECBO	WEO	AWEO	VPS	EVPS	MCS
بهترین β	2.7453	2.7960	2.9963	3.0951	2.8245	2.6925	-
بدترین β	2.7470	2.8346	3.0142	3.1258	2.8882	2.6960	-
میانگین β	5.5608	6.8707	4.3238	4.9215	3.6531	3.8895	-
میانگین β^α	5.8994	6.8965	4.4868	4.9987	3.8337	3.9843	-
Std β	3.6679	4.4132	3.6879	3.7516	3.1780	2.8016	2.6436
Std β^α	3.8807	4.4561	3.6956	3.7779	3.1848	2.8186	-
زمان پردازش (ثانیه)	0.7926	0.9931	0.2996	0.3991	0.1612	0.1414	0.0114
تعداد کل ارزیابی های عملکردی محدود	0.8116	0.9947	0.3122	0.4211	0.1837	0.1503	-
	71.80	72.64	71.31	71.42	72.36	71.69	462.78
	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	3×10^4	2×10^5

عناصر این خرپا مطابق جدول 3 به 8 گروه تقسیم می شوند. سطح مقطع گروه عناصر با توجه به طراحی بهینه کاه و ذوالقدر (44) انتخاب می شود. خصوصیات مواد و میزان جرم غیر ساختاری اضافه شده به کلیه گره های آزاد خرپای

52 بار در جدول 4 نشان داده شده است. 11 متغیر تصادفی در این مشکل وجود دارد. محدودیت احتمالی که برای این خرپا در نظر گرفته شده است $\omega = 100.2859 \text{ RAD / S}$ ($f_1 = 15.961$ هرتز) است.

شکل 8 عملکرد الگوریتم ها نسبت به یکدیگر را در 100 اجرا مستقل نشان می دهد. مطابق این شکل، الگوریتم EVPS عملکرد یکنواخت تری نسبت به سایر الگوریتم ها دارد. شکل 9 و 10 بیانگر روند همگرایی بهترین راه حل و میانگین راه حل های هر الگوریتم است. جدول 5 بهترین، بدترین و میانگین راه حل های هر الگوریتم و همچنین مقدار شاخص اطمینان را که از روش MCS بدست آمده است را گزارش می دهد. این جدول نشان می دهد که توانایی الگوریتم EVPS برای یافتن بهترین راه حل بهینه (محاسبه شاخص قابلیت اطمینان) نسبت به سایر الگوریتم های این مشکل بالاتر است، پاسخی با تفاوت قابل قبول با جواب از روش MCS یافت شده است. همچنین، استحکام رویکرد پیشنهادی به مقادیر پر سر و صدای فرکانس با مقایسه میزان β و β^α تأیید می شود.

4.3 خرپای انتقال 72 بار

خرپای انتقال 72 بار که در شکل 11 نشان داده شده است، سومین ساختاری است که شاخص قابلیت اطمینان آن با استفاده از الگوریتم های فرااکتشافی محاسبه می شود. خرپای 72 بار یک مشکل مشهور در زمینه بهینه سازی است [35،45-47]. 72 عنصر این خرپا به 16 گروه تقسیم می شوند که سطح مقطع آن بر اساس طرح بهینه Gomes انتخاب شده است [48]. گروه بندی عناصر و مقاطع آنها در جدول 6 مشخص شده است. به گره های 1 تا 4 جرم غیر ساختاری 2270 کیلوگرمی اختصاص داده شده است. خصوصیات ساختاری و محدودیت فرکانس خرپای 72 بار در جدول 7 نشان داده شده است. 19 متغیر تصادفی در این مشکل وجود دارد. محدودیت احتمالی که برای این خرپا در نظر گرفته شده است

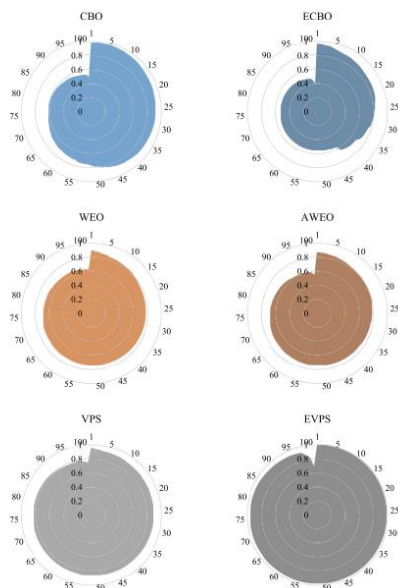
$$\omega_1 \geq 25.1327 \text{ rad/s } (f_1 \geq 4.0 \text{ Hz}).$$

عملکرد الگوریتم های نسبت به یکدیگر در 100 اجرا مستقل در شکل 12 نشان داده شده است. مطابق این شکل، عملکرد الگوریتم WEO نسبت به سایر الگوریتم های این مشکل یکنواخت تر و مناسب تر است. فرآیند همگرایی

بهترین راه حل و میانگین راه حل های هر الگوریتم در شکل های 13 و 14 به ترتیب نشان داده شده است. بهترین، بدترین، میانگین راه حل های هر الگوریتم و مقدار شاخص اعتبار قابلیت اطمینان محاسبه شده از روش MCS برای این مشکل در جدول 8 گزارش شده است. این جدول نشان می دهد که الگوریتم EVPS با جواب متد MCS توانسته بهترین جواب را با یک تفاوت قابل قبول پیدا کند. با مقایسه مقدار β و β^α ، استحکام رویکرد پیشنهادی به مقادیر پر سر و صدا فرکانس تأیید می شود.

4.4 خرپای گنبدی 120 بار

آخرین مسئله مورد بررسی، خرپای گنبدی 120 بار است. بسیاری از محققان این خرپا را بهینه سازی کرده اند [49-51]. عناصر این خرپا به 7 گروه تقسیم شده اند. شکل 15 گروه بندی عناصر و هندسه خرپا را نشان می دهد. توده های غیر ساختاری متصل به گره 1 کیلوگرم 3000 کیلوگرم، گره های 2 تا 13 متر مربع 500 کیلوگرم و بقیه گره ها 100 کیلوگرم هستند. مشخصات ساختاری این خرپا و سطح مقطع با توجه به طراحی بهینه کاوه و همکاران به هر گروه المان اختصاص یافته است. [52] در جدول 9 خلاصه شده است. 10 متغیر تصادفی در این مشکل وجود دارد. شاخص اعتباری برای این خرپا $\omega_1 \geq 56.54867 \text{ rad/s } (f_1 \geq 9.0 \text{ Hz})$. در نظر گرفته شده است.

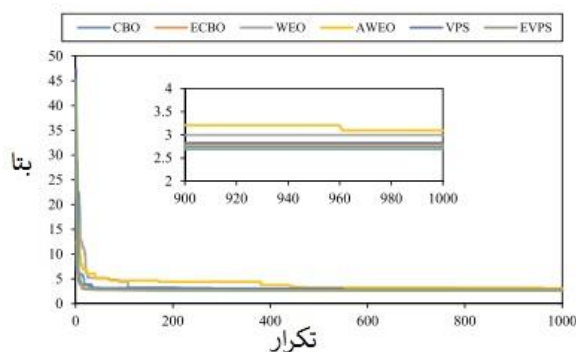


شکل 16. مقایسه عملکرد الگوریتم ها در 100 دور مستقل خرپای 120 بار

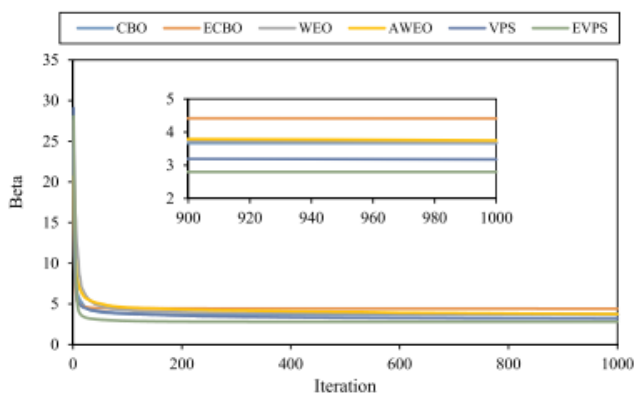
عملکرد الگوریتم‌ها در 100 دور مستقل در شکل 16 با یکدیگر مقایسه می‌شوند. مطابق شکل 16، عملکرد الگوریتم EVPS در این مسئله از سایر الگوریتم‌ها یکنواخت‌تر است. علاوه بر این، فرایند همگرایی بهترین راه حل و میانگین راه حل‌های هر الگوریتم در شکل‌ها نشان داده شده است. به ترتیب 17 و 18. در جدول 10 بهترین، بدترین و میانگین راه حل‌های هر الگوریتم و همچنین مقدار شاخص اعتبار اطمینان حاصل شده از روش MCS برای این مشکل گزارش شده است. این جدول نشان می‌دهد که الگوریتم EVPS با جواب متد MCS توانسته بهترین تفاوت را با یک تفاوت مناسب پیدا کند. مقایسه مقادیر β و β^a باعث استحکام رویکرد پیشنهادی به مقادیر فرکانس پر سر و صدا می‌شود.

5. نتیجه گیری

پارامترهایی مانند خواص مواد و سطح مقطع اعضا از نظر آماری غیر تعیین کننده هستند. تئوری قابلیت اطمینان برای ارزیابی عدم قطعیت این پارامترها استفاده می‌شود. روشهای مختلفی برای محاسبه شاخص اعتبار وجود دارد. محاسبه این شاخص می‌تواند به عنوان یک مسئله بهینه سازی تعریف شود.



شکل 17. مقایسه همگرایی منحنی‌ها برای بهترین دور بدست آمده از الگوریتم‌ها برای خرابی 120 بار



شکل 18. مقایسه همگرایی منحنی ها برای دوره های میانگین بدست آمده از الگوریتم ها برای خرپای 120 بار از این رو می توان از الگوریتم های فراابتکاری برای محاسبه شاخص قابلیت اطمینان استفاده کرد. در مشکلات قابلیت اطمینان ساختاری که عملکرد حالت محدود آنها به شکل صریح ریاضی در دسترس نیست، از الگوریتم های فراابتکاری کمتر استفاده می شود. در این مقاله، شاخص قابلیت اطمینان چنین مشکلاتی با استفاده از الگوریتم های استعاره محاسبه می شود. بر این اساس، محاسبه شاخص پایایی به عنوان مسئله بهینه سازی تعریف شده است. سپس، برای ارزیابی توانایی الگوریتم ها در ارزیابی قابلیت اطمینان ساختاری، شاخص قابلیت اطمینان چهار سازه خرپا با محدودیت احتمالی در فرکانس حالت اول با استفاده از الگوریتم های WEO، AWEO، CBO، ECBO، VPS و EVPS محاسبه و گزارش شد. تفاوت در بهترین راه حل الگوریتم های مربوط به مشکلات یک تا چهار با ارزش شاخص پایایی محاسبه شده توسط روش MCS برای هر یک از مشکلات به ترتیب به شرح زیر است: 0.043، 0.033، 0.040 و 0.049. این مقادیر و مقایسه سایر نتایج حاصل از الگوریتم ها با نتایج حاصل از روش MCS نشان می دهد که شاخص قابلیت اطمینان سازه ها با دقت قابل قبول و زمان پردازش کمتر با استفاده از الگوریتم های فراابتکاری قابل محاسبه است. همچنین با ایجاد یک انحراف کوچک در پارامترهای دینامیکی تجربی، استحکام رویکرد پیشنهادی بررسی و تأیید شده است. مقایسه عملکرد الگوریتم ها نشان دهنده عملکرد مناسب و یکنواخت الگوریتم های EVPS و WEO در محاسبه شاخص قابلیت اطمینان سازه ها است.

References

- [1] S.K. Mishra, B.K. Roy, S. Chakraborty, Reliability-based-design-optimization of base isolated buildings considering stochastic system parameters subjected to random earthquakes, *Int. J. Mech. Sci.* 75 (2013) 123–133.
- [2] L. Wang, R.V. Grandhi, Safety index calculation using intervening variables for structural reliability analysis, *Comput. Struct.* 59 (1996) 1139–1148.
- [3] C.A. Cornell, A probability-based structural code, *J. Proc.* (1969) 974–985.
- [4] A.M. Hasofer, N.C. Lind, Exact and invariant second-moment code format, *J. Eng. Mech. Div.* 100 (1974) 111–121.
- [5] Y.T. Wu, P.H. Wirsching, New algorithm for structural reliability estimation, *J. Eng. Mech.* 113 (1987) 1319–1336.
- [6] Y.-G. Zhao, T. Ono, A general procedure for first/second-order reliability method (FORM/SORM), *Struct. Saf.* 21 (1999) 95–112.
- [7] Y.-G. Zhao, T. Ono, Moment methods for structural reliability, *Struct. Saf.* 23 (2001) 47–75.
- [8] S.H. Lee, B.M. Kwak, Response surface augmented moment method for efficient reliability analysis, *Struct. Saf.* 28 (2006) 261–272.
- [9] E. Jahani, M.A. Shayanfar, M.A. Barkhordari, A new adaptive importance sampling Monte Carlo method for structural reliability, *KSCSE J. Civ. Eng.* 17 (2013) 210–215.
- [10] D.K. Green, Efficient Markov chain Monte Carlo for combined Subset Simulation and nonlinear finite element analysis, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 313 (2017) 337–361.
- [11] G. Schueller, Efficient Monte Carlo simulation procedures in structural uncertainty and reliability analysis-recent advances, *Struct. Eng. Mech.* 32 (2009) 1–20.
- [12] A. Naess, B. Leira, O. Batselych, System reliability analysis by enhanced Monte Carlo simulation, *Struct. Saf.* 31 (2009) 349–355.
- [13] M. Yonezawa, S. Okuda, H. Kobayashi, Structural reliability estimation based on quasi ideal importance sampling simulation, *Struct. Eng. Mech.* 32 (2009) 55–69.
- [14] C. Bucher, Asymptotic sampling for high-dimensional reliability analysis, *Probabilistic Eng. Mech.* 24 (2009) 504–510.
- [15] M. Rashki, M. Miri, M. Azhdary Moghaddam, A new efficient simulation method to approximate the probability of failure and most probable point, *Struct. Saf.* 39 (2012) 22–29.
- [16] A. Kaveh, A. Dadras, An efficient method for reliability estimation using the combination of asymptotic sampling and weighted simulation, *Sci. Iran.* 26 (2019) 2108–2122.
- [17] C. Elegbede, Structural reliability assessment based on particles swarm optimization, *Struct. Saf.* 27 (2005) 171–186.
- [18] L. Deng, M. Ghosn, S. Shao, Development of a shredding genetic algorithm for structural reliability, *Struct. Saf.* 27 (2005) 113–131.
- [19] D. Zou, L. Gao, J. Wu, S. Li, Y. Li, A novel global harmony search algorithm for reliability problems, *Comput. Ind. Eng.* 58 (2010) 307–316.
- [20] D. Zou, L. Gao, S. Li, J. Wu, An effective global harmony search algorithm for reliability problems, *Expert Syst. Appl.* 38 (2011) 4642–4648.
- [21] E. Vallian, S. Tavakoli, S. Mohanna, A. Haghi, Improved cuckoo search for reliability optimization problems, *Comput. Ind. Eng.* 64 (2013) 459–468.
- [22] A. Kaveh, M. Massoudi, M.G. Bagha, Structural reliability analysis using charged system search algorithm, *Iran. J. Sci. Technol. Trans. Civ. Eng.* 38 (2014) 439.
- [23] A. Kaveh, M. Ilchi Ghazaan, Structural reliability assessment utilizing four metaheuristic algorithms, *Int. J. Optim. Civ. Eng.* 5 (2015) 205–225.
- [24] A. Kaveh, S.R. Hoseini Vaez, P. Hosseini, Modified dolphin monitoring operator for weight optimization of frame structures, *Period. Polytech. Civ. Eng.* 61 (2017) 770–779.
- [25] A. Kaveh, D. Jafarpour Laien, Optimal design of reinforced concrete cantilever retaining walls using CBO, ECBO and VPS algorithms, *Asian J. Civ. Eng.* 18 (2017) 657–671.
- [26] A. Kaveh, S.R. Hoseini Vaez, P. Hosseini, Performance of the modified dolphin monitoring operator for weight optimization of skeletal structures, *Period. Polytech. Civ. Eng.* 63 (2019) 30–45.
- [27] M.A. Fathali, S.R. Hoseini Vaez, Optimum performance-based design of eccentrically braced frames, *Eng. Struct.* 202 (2020), 109857.
- [28] R. Rackwitz, B. Flessler, Structural reliability under combined random load sequences, *Comput. Struct.* 9 (1978) 489–494.
- [29] A. Kaveh, T. Bakhshpoori, Water Evaporation Optimization: a novel physically inspired optimization algorithm, *Comput. Struct.* 167 (2016) 69–85.
- [30] S. Wang, Y. Tu, R. Wan, H. Fang, Evaporation of tiny water aggregation on solid surfaces with different wetting properties, *J. Phys. Chem. B* 116 (2012) 13863–13867.
- [31] A. Kaveh, T. Bakhshpoori, An accelerated water evaporation optimization formulation for discrete optimization of skeletal structures, *Comput. Struct.* 177 (2016) 218–228.
- [32] A. Kaveh, V.R. Mahdavi, Colliding bodies optimization: a novel meta-heuristic method, *Comput. Struct.* 139 (2014) 18–27.
- [33] A. Kaveh, M. Ilchi Ghazaan, Enhanced colliding bodies optimization for design problems with continuous and discrete variables, *Adv. Eng. Software* 77 (2014) 66–75.
- [34] A. Kaveh, M. Ilchi Ghazaan, A new meta-heuristic algorithm: vibrating particles system, *Sci. Iran.* 24 (2017) 551–566.
- [35] A. Kaveh, S.R. Hoseini Vaez, P. Hosseini, Enhanced vibrating particles system algorithm for damage identification of truss structures *Scientia, Iranica* 26 (2019) 246–256.
- [36] G.G. Tejani, V.J. Savsani, V.K. Patel, S. Mirjalili, Truss optimization with natural frequency bounds using improved symbiotic organisms search, *Knowl. Based Syst.* 143 (2018) 162–178.
- [37] M. Kooshkbaghi, A. Kaveh, Sizing optimization of truss structures with continuous variables by artificial coronary circulation system Algorithm, *Iran. J. Sci. Technol. Trans. Civ. Eng.* (2019). <https://doi.org/10.1007/s40996-019-00254-2>.
- [38] G.G. Tejani, N. Pholdee, S. Bureerat, D. Prayogo, Multiobjective adaptive symbiotic organisms search for truss optimization problems, *Knowl. Based Syst.* 161 (2018) 398–414.
- [39] G.G. Tejani, N. Pholdee, S. Bureerat, D. Prayogo, A.H. Gandomi, Structural optimization using multi-objective modified adaptive symbiotic organisms search, *Expert Syst. Appl.* 125 (2019) 425–441.
- [40] V. Ho-Huu, T. Vo-Duy, T. Nguyen-Thoi, L. Ho-Nhat, Optimization of truss structures with reliability-based frequency constraints under uncertainties of loadings and material properties, *Appl. Math. Eng. Reliab.* (2016) 59–65.
- [41] A. Kaveh, A. Zolghadr, Meta-heuristic methods for optimization of truss structures with vibration frequency constraints, *Acta Mech.* 229 (2018) 3971–3992.
- [42] A. Kaveh, S. Mahjoubi, Hypotrochoid spiral optimization approach for sizing and layout optimization of truss structures with multiple frequency constraints, *Eng. Comput.* 35 (2011) 1443–1462.
- [43] A. Kaveh, A. Zolghadr, Cyclical parthenogenesis algorithm for layout optimization of truss structures with frequency constraints, *Eng. Optim.* 49 (2017) 1317–1334.
- [44] A. Kaveh, A. Zolghadr, Shape and size optimization of truss structures with frequency constraints using enhanced charged system search algorithm, *Asian J. Civ. Eng.* 12, (2011) 487–509.
- [45] A. Kaveh, A. Dadras, A.H. Montazeran, Chaotic enhanced colliding bodies algorithms for size optimization of truss structures, *Acta Mech.* 229 (2018) 2883–2907.
- [46] V. Ho-Huu, T. Nguyen-Thoi, T. Truong-Khac, L. Le-Anh, T. Vo-Duy, An improved differential evolution based on roulette wheel selection for shape and size optimization of truss structures with frequency constraints, *Neural Comput. Appl.* 29 (2018) 167–185.
- [47] M. Farshchin, C.V. Camp, M. Maniat, Multi-class teaching-learning-based optimization for truss design with frequency constraints, *Eng. Struct.* 106 (2016) 355–369.
- [48] H.M. Gomes, Truss optimization with dynamic constraints using a particle swarm algorithm, *Expert Syst. Appl.* 38 (2011) 957–968.
- [49] Q.X. Lieu, D.T.T. Do, J. Lee, An adaptive hybrid evolutionary firefly algorithm for shape and size optimization of truss structures with frequency constraints, *Comput. Struct.* 195 (2018) 99–112.
- [50] A. Kaveh, M. Ilchi Ghazaan, Vibrating particles system algorithm for truss optimization with multiple natural frequency constraints, *Acta Mech.* 228 (2017) 307–322.
- [51] A. Kaveh, B. Mirzaei, A. Jafarvand, An improved magnetic charged system search for optimization of truss structures with continuous and discrete variables, *Appl. Soft Comput.* 28 (2015) 400–410.
- [52] A. Kaveh, B.F. Azar, S. Talatahari, Ant colony optimization for design of space trusses, *Int. J. Space Struct.* 23 (2008) 167–181.