

بررسی اثرات معادلات ساختاری بر رفتار ارتعاشی تیرهای تک سلولی جدار نازک کامپوزیتی

بررسی رفتار ارتعاش آزاد تیرهایکامپوزیتی جدار نازک با مقطع قوطی با در نظر گرفتن فرضیههای مختلف در معادلات ساختاری، انجام شده است. در مدل پیش رو، برخی از اثرات غیر کلاسیک، مانند انحراف مهار شده (محدود)^۱ و برش عرضی، دخیل شدهاند. نتایج ارتعاش آزاد بر اساس نتایج تجربی و عددی ارزیابی شدهاند که در بررسی پزوهشهای انجام شده، موجود هستند. فرکانسهای طبیعی به دست آمده بر اساس فرضیات مختلف معادلات ساختاری مقایسه شده و نشان داده شده است که این فرضها نقش مهمی را در کنترل مناسب رفتار ارتعاش آزاد تیرهایکامپوزیتیکوپل پیچشی-خمشی بازی میکنند. نتایج به دست آمده بر اساس معادلات ساختاری پیشنهاد شده نشان میدهد که همخوانی خوبی با نتایجروش اجزا محدود تا آنجا که فرکانسهای طبیعی پایین تر تیرها مهم هستند، وجود دارد.

کلمات کلیدی: تیر کامپوزیتی، تیر جدار نازک، معادلات ساختاری، ارتعاش آزاد، انحراف محدود، تغییر شکل سطح مقطع

¹- Restrained Warping

1. مقدمه

گسترش تئوریتیرهای جدار نازک کامپوزیتی، به طور چشمگیری توجه بسیاری از محققان را در دو دهه گذشته به خود جلب کرده است. معلوم شده که برایدستیابی به درک درست رفتار تیرهای کامپوزیتیجدار نازک، تعدادی از اثرات غیر کلاسیک مانند انحراف محدود، برش عرضی و همچنین مکانیسمهای کوپلینگ ساختاری باید با دقت مورد توجه قرار گیرند.

سانگ و لیبرسکو^۲ [1] یک مدل که در آن اثرات انحراف محدود و برش عرضی بر رفتار ارتعاشات تیرهای کامپوزیتی مورد بررسی قرار گرفته است پیشنهاد کردهاند. با وارد کردن این اثرات، مقادیر پیشبینی شده فرکانسهای طبیعی کمتر از مقادیر به بدست آمده ناشی از صرفنظر کردن از اثرات انحرافی محدود شده میشود. در یک مدل توسعه یافته توسط چاندرا و چوپرا^۳[2] پیشنهاد شده است که تغییر سختی برشی در امتداد خطوط یک مقطع، تأثیر قابل ملاحظهای بر خصوصیاتپیچش و انحراف یک تیر کامپوزیتی دارد. ولووی و هادگس^۴[3]از یک نظریه خطی مجانبی صحیح برای تیرهایجدار نازک کامپوزیتی استفاده کردهاند. آنها نشان دادهاند که محاسبه گشتاور خمشی گردان و محیح برای تیرهایجدار نازک کامپوزیتی استفاده کردهاند. آنها نشان دادهاند که محاسبه گشتاور خمشی گردان و نمش پوسته برای پیشبینی درست سفتی پیچشی تعدادی از تیرهای کامپوزیتجدار نازک مهم هستند. یافته های اخیرتوسط جانگ^ه و همکاران [4] به منظور پیشنهادروشی که آن را ترکیبی میخوانند، که مخلوطی از رویکردهای نیرو و جابجایی در یکشکل متحد است، مورد استفاده قرار گرفت. آنها سپس به نتایج مشابهی با ولووی و هادگس[3] نیرو و جابجایی در یکشکل متحد است، مورد استفاده قرار گرفت. آنها سپس به نتایج مشابهی با ولووی و هادگس[3] نیرو و به برای تیرهای مداده اند که رفتارهای استانک و لیبرسکو[1] توسعه داده بودند،در برابر دادههای نیرو و به برای تید آنها نشان داده اند که رفتارهای استاتیکی و دینامیکی پیشبینی شده توسط این مدل تصحیح دست پیدا کردند. آنها نشان داده اند که رفتارهای استاتیکی و دینامیکی پیشبینی شده توسط این مدل تصحیح شده با دادههای تجربی و سایر مدلهای تحلیلی همخوانی خوبی دارند. سورش و ناگارچ⁷[6]، در مقایسهای جامع

- ⁵- Jung
- ⁶- Qin and Liberscu

²- Song and Liberscu

³ - Chandra and Chopra

⁴- Volovoi and Hodges

⁷- Suresh and Nagaraj

شکل برشی بزرگتر در نظر گرفته میشود، میتواند رفتار استاتیکی و دینامیکیتیرهای کامپوزیتی جدارنازک را به شکل کارامدی پیش بینی کند. آنها پیشنهاد کردند، روشی که انحراف مدل شده است، نقش اساسی در درک صحیح تیرهای کامپوزیتجدارنازک دارد.

مدل مورد استفاده در مطالعه حاضر عمدتا بر اساس آثار سانگ و لیبرسکو [1] و چین و لیبرسکو [5] با برخی اصلاحات در معادلات ساختاری است. نشان داده خواهد شد، که این تغییرات میتواند به طور قابل توجهی بر رفتار ارتعاش آزاد تک تیرهای کامپوزیتیجدارنازک تک سلولی تاثیرگذار باشند.



شکل 1 . سیستمهای مختصات و متغیرهای سینماتیکی برای مدل تیر

2. بسطهای تئوری

2.1 سينماتيک

برای تکمیل، مدل پیشین توسطسانگولیبرسکو و چین و لیبرسکو، که تحقیق حاضر بیشتربر پایه آن بنا نهاده شده، در زیر ارائه گشته است.

پیکربندی هندسی و سیستم مختصات انتخاب شده در شکل 1 و 2 نشان داده شده اند.

به منظور مدلسازیتیرجدار نازک با مقطع تک سلولی تقویت شده توسط فیبر، فرضیههای زیر مورد استفاده قرار گرفتهاند:

l) مقطعهای عرضی در صفحات خود تغییر شکل ندارند.

2) اثرات برش عرضیدر نظر گرفته شده است. علاوه بر این،تصریح شده که کرنشهای برش عرضی،γ_{yz} γ_{yz}، بر روی مقطع عرضییکنواخت هستند.

3) علاوه بر جابجاییانحرافی در امتداد خطوط میانی (که به عنوان انحراف اولیه خوانده می شود)، انحراف کانتور میانی (به عنوان انحراف ثانویه) نیز گنجانده شده است.

.4) فرض شده است که در طول مقطع، $\sigma_{
m nn}$ و $N_{
m sn}$ در هنگام اعمال قانون ساختاری تنش-کرنش ناچیز هستند.



شكل 2. هندسه تير كامپوزيتى جدار نازك با مقطع قوطى 5) تغيير شكلها كوچك هستند و تئورى الاستيسيته خطى استفاده شده است.

بر اساس فرضیات آخر، کرنشها و جابجاییهای زیر که مرتبط با انرژی پتانسل میباشد، به کار گرفته شدهاند[5]:

$$\begin{split} u(x, y, z, t) &= u_0(z, t) - y\varphi(z, t), & (1a) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(z, t) + x\varphi(z, t), & (1b) \\ w(s, z, n, t) &= w_0(z, t) + \theta_y(z, t) \left(x + n \frac{dy}{ds} \right) \\ &+ \theta_x(z, t) \left(y - n \frac{dx}{ds} \right) \\ &- \varphi'(z, t) \{ \bar{F}(s) + \bar{F}(n, s) \}, & (1c) \end{split}$$

where

$$\bar{F}(s) = \int_0^s [r_n(s) - \psi(s)] ds,$$
 (2a)

$$\bar{\bar{F}}(n,s) = -na(s), \qquad (2b)$$

در آن $\overline{F}(s)$ و $\overline{\overline{F}}(s)$ ، به عنوان توابع انحراف اولیه و ثانویه در نظر گرفته شده و() مشتق نسبت به zرابیان می کند و

$$r_n(s) = x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds},$$

$$a(s) = x \frac{dx}{ds} + y \frac{dy}{ds},$$
(3a)
(3b)

$$\psi = \frac{\oint r_n ds}{\oint ds},\tag{3c}$$

$$\begin{aligned} \theta_x(z,t) &= \gamma_{yz} - v'_0, \qquad (4a) \\ \theta_y(z,t) &= \gamma_{xz} - u'_0. \end{aligned}$$

کرنش گام به گام^۸ را می توان به صورت زیر نوشت:

 $\varepsilon_{zz}\left(s,\,z,\,n,\,t\right) = \varepsilon_{zz}^{\left(0\right)}\left(s,\,z,\,t\right) + n\varepsilon_{zz}^{\left(1\right)}\left(s,\,z,\,t\right), \tag{5a}$

where

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz}^{(0)}(s, z, t) &= w_0'(z, t) + \theta_y'(z, t) x(s) + \theta_x'(z, t) y(s) \\ &- \varphi''(z, t) \bar{F}(s), \end{aligned} \tag{5b} \\ \varepsilon_{zz}^{(1)}(s, z, t) &= \theta_y'(z, t) \frac{dy}{ds} - \theta_x'(z, t) \frac{dx}{ds} + \varphi''(z, t) a(s), \end{aligned} \tag{5c}$$

کرنشهای برشی مماسی و عرضی به شکل زیر هستند:

$$\gamma_{sz} = \gamma_{sz}^{(0)} + \psi \, \varphi', \qquad (6a)$$

$$\gamma_{nz} = (\theta_y + u'_0) \frac{dy}{ds} - (\theta_x + v'_0) \frac{dx}{ds}, \qquad (6b)$$

where

$$\gamma_{sz}^{(0)} = (\theta_x + v_0') \frac{dy}{ds} + (\theta_y + u_0') \frac{dx}{ds}.$$
 (6c)

2.2. معادلات ساختاری

با در نظر گرفتن یک تیر کامپوزیتی جدار نازک متشکل از Nلایه، معادلات ساختاری برای لایه kام میتواند به شکلی که در زیر آمده است نشان داده شود:

⁸- Spanwise Strain

$$\begin{cases} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{nn} \\ \sigma_{zn} \\ \sigma_{sn} \\ \sigma_{sz} \\ \sigma_{sz} \\ k \end{pmatrix} = [C]_{(k)} \begin{cases} \varepsilon_{ss} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{nn} \\ \gamma_{zn} \\ \gamma_{sn} \\ \gamma_{sn} \\ \gamma_{sz} \\ k \end{pmatrix},$$
(7a)

که در آن، [C] ماتریس سفتی لمینای kام است و

$$[C]_{(k)} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{13} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}_{(k)}$$
(7b)

که ضرایب سفتی C_{ij} در ضمیمه Aاز کار سانگ و لیبرسکو [7] تعریف شدهاند. همانطور که قبلا ذکر شد، فرض بر این است که σ_{nn} در مقایسه با دیگر اجزایتنش ناچیز در نظر گرفته شود،یعنی $\sigma_{nn} = 0$ ، بیان زیر برایکرنش عرضیعمودی میتواند استخراج شود:

$$\varepsilon_{nn} = -\frac{C_{13}}{C_{33}}\varepsilon_{ss} - \frac{C_{23}}{C_{33}}\varepsilon_{zz} - \frac{C_{36}}{C_{33}}\gamma_{sz}.$$
 (8)

به عنوان یک نتیجه، معادلات ساختاری میتوانند به شکل زیر نوشته شوند:

$$\begin{cases} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{zn} \\ \sigma_{sn} \\ \sigma_{sz} \end{cases}_{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q} \end{bmatrix}_{(k)} \begin{cases} \varepsilon_{ss} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{zn} \\ \gamma_{sn} \\ \gamma_{ss} \\ \gamma_{sz} \end{cases}_{(k)}$$
(9a)

که در آن، $[\overline{Q}]_{(k)}$ ماتریس ضرایب کاهش یافته تبدیل شده الاستیک میباشد و به شکل زیر ارائه میشود:

$$[\underline{\bar{Q}}]_{(k)} = \begin{bmatrix} \underline{\bar{Q}}_{11} & \underline{\bar{Q}}_{12} & 0 & 0 & \underline{\bar{Q}}_{16} \\ \underline{\bar{Q}}_{21} & \underline{\bar{Q}}_{22} & 0 & 0 & \underline{\bar{Q}}_{26} \\ 0 & 0 & \underline{\bar{Q}}_{44} & \underline{\bar{Q}}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{\bar{Q}}_{54} & \underline{\bar{Q}}_{55} & 0 \\ \underline{\bar{Q}}_{61} & \underline{\bar{Q}}_{62} & 0 & 0 & \underline{\bar{Q}}_{66} \end{bmatrix}_{(k)},$$
(9b)

where

$$\bar{Q}_{ij} = C_{ij} - \frac{C_{i3}C_{j3}}{C_{33}} = \bar{Q}_{ji}, \quad (i, j = 1, 2, 6),$$
 (9c)

$$\bar{Q}_{lm} = C_{lm}, \quad (l, m = 4, 5).$$
 (9d)

برای دستیابی به معادلات ساختاریتیر کامپوزیتیجدار نازک، تنشهای به دستآمده به صورت زیر تعریف می شوند: a) تنش حاصله داخل صفحه¬ای

$$\begin{cases} N_{ss} \\ N_{zz} \\ N_{sz} \end{cases} = \sum_{k=1}^{N} \int_{n_{(k-1)}}^{n_{(k)}} \begin{cases} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{sz} \end{cases}_{(k)} dn.$$
(10a)

b) تنش حاصله برشی عرضی

$$\begin{cases} N_{zn} \\ N_{sn} \end{cases} = \sum_{k=1}^{N} \int_{n_{(k-1)}}^{n_{(k)}} \begin{cases} \sigma_{zn} \\ \sigma_{sn} \end{cases}_{(k)} dn.$$
(10b)

c) تنش حاصله خارج از صفحه

$$\begin{cases} M_{ss} \\ M_{zz} \\ M_{sz} \end{cases} = \sum_{k=1}^{N} \int_{n_{(k-1)}}^{n_{(k)}} \begin{cases} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{sz} \end{cases}_{(k)} ndn.$$
(10c)

در معادلات فوق، n_(k)و n_(k-1)فاصله را از سطح میانی سطح مقطع به سطح بالایی و پایینی لایهkام نشان می-دهند و Nتعداد لایهها است. با توجه به معادلات (9) و (10) و با فرض اینکه نتایج حاصل از تنش برشی عرضی،Mznو Msnقابل صرفنظر کردن هستند، معادلات ساختاری برایتیر کامپوزیتیجدار نازک میتوانند به صورت زیراستخراج شوند:

$$\begin{cases} N_{ss} \\ N_{zz} \\ N_{sz} \end{cases} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{ss}^{(0)} \\ \varepsilon_{zz}^{(2)} \\ \gamma_{sz} \end{cases} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{ss}^{(1)} \\ \varepsilon_{zz}^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11a)$$
$$\begin{cases} M_{ss} \\ M_{sz} \\ M_{sz} \end{cases} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{ss}^{(0)} \\ \varepsilon_{zz}^{(2)} \\ \gamma_{sz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{ss}^{(1)} \\ \varepsilon_{zz}^{(1)} \\ \varepsilon_{zz}^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11b)$$
$$\begin{cases} N_{sn} \\ N_{sn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{zn} \\ \gamma_{sn} \end{bmatrix}, \quad (11c)$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \int_{n_{(k-1)}}^{n_{(k)}} \bar{Q}_{ij}^{(k)} dn, \qquad (12a)$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \int_{n_{(k-1)}}^{n_{(k)}} \bar{Q}_{ij}^{(k)} n dn, \qquad (12b)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^{N} \int_{n_{(k-1)}}^{n_{(k)}} \bar{Q}_{ij}^{(k)} n^2 dn.$$
(12c)

$$A_{lm} = \sum_{k=1}^{N} k_{lm}^2 \bar{Q}_{lm}^{(k)} \left(n_{(k)} - n_{(k-1)} \right), \quad (l, m = 4, 5), \quad (13a)$$

where

$$k_{lm}^2 = k = \frac{5}{6}.$$
 (13b)

پارامترهای مختلفی وجود دارند که ضریب اصلاح برش را تحت تاثیر قرار میدهند. با این حال، در کار پیش رو، مقدار فاکتور برش 6/5 انتخاب شده، که توسط ریسنر^۹ [8] و همچنین توسط لیبرسکو و سانگ [7]، اوچوا و ردی [9]، وینسون و سیراکوسکی^{۱۰} [10] پیشنهاد شده است.بدیهی است که برای محاسبه فاکتورهای اصلاح برشی،ممکن است از روشهای دقیقتر استفاده شود، به عنوان مثال، با استفاده از توزیع پارابولیک از تنشهای برشی عرضی در طول ضخامت لمینا [7]. قطعا فرض 5/6 برای فاکتور تصحیح برشی ممکن است اشتر است اشتباهاتی را به عرضی در طول ضخامت لمینا [7]. قطعا فرض 5/6 برای فاکتور تصحیح برشی ممکن است اشتباهاتی را به عنوان مثال، با استفاده از توزیع پارابولیک از تنشهای را به عرضی در طول ضخامت لمینا [7].

2.3. معادلات حركت

با استفاده از اصل همیلتونبسط داده شده^{۱۱}، معادلات حاکم بر حرکت یکتیر کامپوزیتیجدار نازک با سختیجانبی نامتقارن (CAS)، یعنی $\theta(x) = -\theta(-x) = (y)$ و $\theta(y) = -\theta(-y)$ کجا θ زاویهلایه در محاسباتسانگ و لیبرسکو [1]، چین و لیبرسکو [5] و چین [11] به عنوان:

$$\begin{split} \delta v_0 &: a_{55}(v_0'' + \theta_x') + a_{56}\varphi''' = b_1\ddot{v}_0, \quad (14a) \\ \delta \varphi &: a_{37}\theta_x'' + a_{77}\varphi'' - a_{56}(v_0''' + \theta_x'') - a_{66}\varphi^{(IV)} \\ &= (b_4 + b_5)\ddot{\varphi} - (b_{10} + b_{18})\ddot{\varphi}'', \quad (14b) \\ \delta \theta_x &: a_{33}\theta_x'' + a_{37}\varphi'' - a_{55}(v_0' + \theta_x) - a_{56}\varphi'' = (b_4 + b_{14})\ddot{\theta}_x, \quad (14c) \end{split}$$

$$\begin{aligned} \delta u_0 &: a_{14} w_0'' + a_{44} \left(u_0'' + \theta_y' \right) = b_1 \ddot{u}_0, \quad (15a) \\ \delta w_0 &: a_{11} w_0'' + a_{14} \left(u_0'' + \theta_y' \right) = b_1 \ddot{w}_0, \quad (15b) \\ \delta \theta_y &: a_{22} \theta_y'' - a_{14} w_0' - a_{44} \left(u_0' + \theta_y \right) \\ &= (b_5 + b_{15}) \ddot{\theta}_y, \quad (15c) \end{aligned}$$

که در آن ضرایب a_{ij} و b_i در ضمائم Dو Fسانگ و لیبرسکو[1] به شکل فهرست آمدهاند. شرایط مرزی معادلات بالا به صورت زیر است:

⁹- Reissner

¹⁰- Vinson and Sierakwski

¹¹- Extended Hamilton's Principle

At z = 0:

 $v_0 = \theta_x = \varphi = \varphi' = 0,$ (16a) $w_0 = u_0 = \theta_y = 0.$ (16b)

At z = L:

$$\begin{split} \delta v_0 &: a_{55}(v'_0 + \theta_x) + a_{56}\varphi'' = 0, \\ \delta \theta_x &: a_{33}\theta'_x + a_{37}\varphi' = 0, \\ \delta \varphi &: -a_{66}\varphi''' + a_{77}\varphi' - a_{56}(v''_0 + \theta'_x), \\ &+ a_{37}\theta'_x + (b_{10} + b_{18})\ddot{\varphi}' = 0, \\ \delta \varphi' &: a_{56}(v'_0 + \theta_x) + a_{66}\varphi'' = 0. \end{split}$$
(17a)
$$\delta w_0 &: a_{11}w'_0 + a_{14}(u'_0 + \theta_y) = 0, \\ \delta u_0 &: a_{14}w'_0 + a_{44}(u'_0 + \theta_y) = 0, \\ \delta \theta_y &: a_{22}\theta'_y = 0. \end{split}$$
(17b)

در اینجا،v0 نشاندهنده انحراف عمودی است، φپیچشسطح مقطع است، _xθچرخش سطح مقطع حول محور xمیباشد. ضرایب11a، است؛ u0 انحراف کششی است؛ w0انحراف عرضی و v9چرخش سطح مقطع حول محور xمیباشد. ضرایب11a، 23a. 24b. 25a. 26b و 27a. به ترتیب خمش کششی، خمش عرضی، خمش عمودی، برش عرضی افقی، برش عرضی عمودی، سفتی انحرافی و سفتی پیچشی را نشان میدهند،21هضریبکوپلینگ الاستیک بینبرش عرضی افقی و خمش عرضی، 25م ضریبکوپلینگ الاستیک خمش عمودی و پیچش و26هضریبکوپلینگ الاستیک بینبرش عرضی عرضی عمودی و انحراف است، در حالی که b1. b14 را نشان میدهند، 21d و 81 ضریبکوپلینگ الاستیک بینبرش عرضی برض عمودی و انحراف است، در حالی که b1. b14 را b10 را b1. b14 و 81 ضریبکوپلینگ الاستیک بینبرش عرضی موضی عمودی و انحراف است، در حالی که b1. b14 را b10 و b1. b14 را و 81 ضریبکوپلینگ الاستیک بین برش برضی عمودی و انحراف است، در حالی که b1. b1. b1. b1. و 81 ضریبکوپلینگ الاستیک بین برش بیچیده در گیر در معادلات فوق، روش گالرکین بسط داده شده ^{۷۱}(EGM) مورد استفاده قرار می گیرد. ایده اصلی بیچیده درگیر در معادلات فوق، روش گالرکین بسط داده شده ^{۷۱}(EGM) مورد استفاده قرار می گیرد. ایده اصلی طبیعی در معادلات حاکم حفظ میشود. هنگامی که ترکیب خطی اینتوابع وزنی قادر به ارضای شرایط مرزی طبیعی این روش انتخاب توابع وزنی که فقط بایستیشرایط مرزی هندسی را ارضا کند،میباشد، در حالی که اثر شرایط مرزی سیعی در معادلات حاکم حفظ میشود. هنگامی که ترکیب خطی اینتوابع وزنی قادر به ارضای شرایط مرزی طبیعی است، معمولا نرخ همگرائی عالی است. در تحلیلپیش رو، تعداد کل نه تابع شکل در فرم چند جملهای ساده استفاده میشود. برای تیرهایجدار نازک که در اینجا مورد بررسی قرار میگیرند، این روش باعث میشود تا ماتریسهایجرم و

¹²- Extended Galerkin

همان طور که قبلا ذکر شد، ولووی و هادگز[3] و نیز جانگ و همکارانش[4] نشان دادند که فرضیات اولیه در معادلات ساختاری، تاثیر قابل توجه و عمدهای بر رفتار تیرهای کامپوزیتی جدار نازک، مخصوصا بر پیشبینی سفتی پیچشی، لازم پیچشی این نوع تیرهای کامپوزیتی دارند. آنها نشان دادند که برای یک پیشبینی صحیح از سفتی پیچشی، لازم است که خمش پوسته در مدل تیرهای کامپوزیتیجدار نازک مورد استفاده قرار گیرد. برای بررسی اثرات فرضیههای است که خمش معادلات ساختاری در رفتار ارتعاش آزاد، در اینجا سه مجموعه فرض بررسی می شود:

(1)
$$\varepsilon_{ss}^{(0)} = \varepsilon_{ss}^{(1)} = 0,$$

(2) $N_{ss} = \varepsilon_{ss}^{(1)} = 0,$
(3) $N_{ss} = M_{ss} = 0.$

سه مجموعه پیش فرضهای معرفی شده در این مقاله به طور گستردهای در تحلیل ارتعاشات استاتیک و ازاد تیرهای کامپوزیتجدار نازکتوسط نویسندگان مختلف مورد استفاده قرار گرفتهاند. به عنوان مثال، اولین مجموعه در کارچاندرا و چوپرا[2]، بائولد و همکاران[12] و چاندرا و چوپرا [13]مورد استفاده قرار گرفت. دومین مجموعه در کارسانگ و لیبرسکو [1] و سنتولانزا^{۳۱} و همکاران[14] مورد استفاده قرار گرفت؛ و مجموعه سوم در کار جانگ و همکاران [15]، وو و سان[16]^{۹۱} و جانگ و همکارانش [17]مورد استفاده قرار گرفت. مطالعه حاضر به منظور درک بهتر اثرات این مفروضات و نیز فرض صلبیت در صفحهسطح مقطع تیر بر رفتار ارتعاش آزاد انجام شده است. این سه مجموعه فرضیهها را میتوان به عنوان سه سطح تخمینی از انرژیالاستیک در معادلات حاکم بر حرکت و در نتیجه، مقادیر سختی در سطح مقطع تیر تلقی کرد.

مجموعه اول ($e_{ss}^{(0)} = e_{ss}^{(1)} = 0$)با صرفنظر از هر گونه تغییر شکل صفحهای در سطح مقطع، همانطور که در کار جانگ و همکاران [18] و کسماتاکا و یه^{۱۵}[19]بیان شده است، به عنوان اثرات قابل چشمپوشی پوآسون تفسیر می-شود. به عنوان یک حقیقت، تغییر شکل صفجهای در سطح مقطع، نتیجه کوپلینگ پواسون با توزیعتنشسطح مقطع خارج از صفحه است [19].

¹³- Centolanza

¹⁴-Wu and Sun

¹⁵- Kosmatka and le

مجموعه دوم $(N_{ss}^{(0)} = \varepsilon_{ss}^{(1)} = 0)$ منجر به نقض اجتنابناپذیر سازگاری و شرایط تعادل در امتداد اتصال بخاطرNss = 0 میشود. اینفقدان سازگاری و عدم تعادل میتواند در قانون زیر قابل توجیه باشد: سفتیکششی صفحات اصلیدر مقایسه با سفتی خمشی آنهاکه ناشی از مقاومت کم در هنگام مواجهه با هر یک لایههایی است که صفحات اصلیدر مقایسه با سفتی خمشی آنهاکه ناشی از مقاومت کم در هنگام مواجهه با هر یک لایههایی است که در صفحه خود حرکت میکنند ،بسیار زیاد است. فرضیه $\sigma_{ss} = 0$ شرایط صلبیتصفحهای سطح مقطع را تضمین در صفحه خود حرکت میکنند ،بسیار زیاد است.

مجموعه سوم $(N_{ss} = M_{ss} = 0)$ مشابه مجموعه دوم است به جز برای اینمساله که شرایطصلبیت صفحهای سطح مقطع (یعنی $\epsilon_{ss}^{(1)} = 0$) با جایگزینی با ($M_{ss} = 0$) کمرنگتر می شود (یا از بین می رود)، که به این مطح مقطع (یعنی مقاومت کمی در هر کجا که لایه ادر صفحه خود خم می شوند، بر خورد می کند.

جدول 1. پیکربندی لایهچینی تیرهای با مقطع قوطی جدار نازک برای مطالعه اعتبارسنجی

لايەچىنى	ديواره بالايي	ديواره پاييني	ديواره سمت چپ	ديواره سمت راست
CAS1	[30] ₆	[30] ₆	$[30/-30]_3$ [$[30/-30]_3$
CAS2	[45] ₆	[45] ₆	$[45/-45]_3$ [$[45/-45]_3$

جدول ۲. مشخصات مواد و هندسه تيرهاي با مقطع قوطي جدار نازك كامپوزيتي

$E_{11} = 141.9 \text{ GPa}$	$G_{12} = G_{13} = 6.0 \text{ GPa}$
$E_{22} = E_{33} = 9.79 \text{ GPa}$	$G_{23} = 4.83 \text{ GPa}$
$\rho = 1445 \text{Kg/m}^3$	$\mu_{12} = \mu_{13} = 0.42, \mu_{23} = 0.25$
طول	844.55 mm
ضخامت هر لايه	24.21 mm
عرض	13.46 mm
عمق	0.127 mm

مجموعههای فرضیات بالا منجر به معادلات ساختاری زیر خواهند شد:

(N_{zz})		ΓK_{11}	<i>K</i> ₁₂	<i>K</i> ₁₃	K_{14}	ך 0	$\left[\epsilon_{zz}^{(0)} \right]$	
Nsz		K_{21}	<i>K</i> ₂₂	<i>K</i> ₂₃	<i>K</i> ₂₄	0	$\gamma_{sz}^{(0)}$	
M _{zz}	} =	<i>K</i> ₄₁	<i>K</i> ₄₂	K_{43}	K ₄₄	0	φ'	. (18)
M_{sz}		K_{51}	K_{52}	K_{53}	K_{54}	0	ε ⁽¹⁾	
N _{zn}		0	0	0	0	K_{65}	$\left[\begin{array}{c} \gamma_{zn} \end{array} \right]$	

ضرایب سفتی کاهش یافته مربوط به هر مجموعه در ضمیمه Aلیست شدهاند.

3. نتايج و بحثها

در ابتدا،برای اعتبار سنجیبسطهایتئوریبه منظور حصول اطمینان از اجرای مناسب روششناسی و فرضیههایمتناظر در معادلات ساختاری تلاش شده است. این مهم با بدست آوردن نتایجبراییکتیر با مقطع قوطی کامپوزیتی بر اساس مجموعه سوم فرضیههای داده شده در بالا،و مقایسه نتایج با آنهایی که در حال حاضر در پژوهشهای پیشین موجود است و توسط یک آزمایش تجربی به دست آمدهاند [20] یا سایر مطالعات تئوری [5، 21، 22] حاصل شده است. دو مورد با تنظیمات لایهچینی CAS، که توسط CAS1و CAS2مشخص میشوند (جدول 1)، در نظر گرفته می-شوند. جدول 2 ابعاد هندسی و خواص مواد مورد استفاده در تیرهای با مقطع قوطی مشابه را نشان میدهد.

به منظور مطالعه اثرات سه مجموعه مختلف از معادلات ساختاری در رفتار ارتعاش آزاد تیرهای جدارنازک کامپوزیتی با سطح مقطع قوطی، دو مورد از پیکربندیهای لایهچینی که به عنوان CAS3 و CAS4 نامیده می شوند با زوایای مختلف مختلف در نظر گرفته شدهاند. این لایهچینیها ابتدا توسط ولووی و هادگزمعرفی شدهاند [3]. توالی انباشتگی این لایهها در جدول 3 آمده است و خواص مواد و ابعاد هندسی مورد استفاده در تحلیل در جدول 2 آورده شده است.

نتایج پیشبینی شده توسط مجموعههای مختلف فرضیهها با نتایج حاصل از روش اجزا محدود (FEM) که با اجراییک کد ANSYS با استفاده از نوع المانShell99 بدست میآید، مقایسه شده است.

لايەچينى	ديواره بالايي	ديواره پاييني	ديواره سمت چپ	ديواره سمت راست
CAS3	$\left[\theta_{3}/-\theta_{3}\right]$	$\left[\theta_3/-\theta_3\right]$	$\left[\theta_{3}/-\theta_{3}\right]$	$\left[\theta_3/-\theta_3\right]$
CAS4	[θ] ₆	[θ] ₆	$[\theta/-\theta]_3$	$[\theta/-\theta]_3$

جدول 3. لايهچيني تيرهاي با مقطع قوطي جدار نازک

	لايەچينى	شماره مود	مرجع 20	مرجع 5	مرجع 21	مرجع 22	تئوری (این	اجزاى
			تجربى				مقاله)	محدود (این
								مقاله)
Î	CAS1	1	20.96	21.8	19.92	22.07	22.3	20.965
ł	CAS2	2	128.36	123.28	124.73	138.21	139.36	131.00
ł	Criss	2	96.15	92.39	92.02	94.83	95.62	96.158
ł								

جدول a.4. فركانسهاي طبيعي تجربي، روش اجزا محدود و تئوري براي تيرهاي با مقطع قوطي جدار نازك

جدول b.4. تفاوتهای نسبی در مقایسه با آزمایشها یا تحلیل روش اجزای محدود

لايەچينى	شماره مود	مرجع 20	مرجع 5	مرجع 21	مرجع 22	تئوري (اين	اجزاى			
		تجربى				مقاله)	محدود			
							(این مقاله)			
	اختلاف (تجربي)									
CAS1 CAS2	1TV* 2TV 1TV 2TV		4% -3.96% -9.78% -3.91%	-4.96% -2.83% -11.9% -4.3%	5.27% 7.67% -9.24% -1.38%	6.4% 8.53% -8.33% -0.55%	0.02% 2.05% -7.8% 0.008%			
اختلاف (تحليل روش اجزاي محدود)										
CAS1 CAS2	1TV 2TV 1TV 2TV		3.98% -5.9% -2.16% -3.91%	-4.98% -4.78% -4.43% -4.3%	5.27% 5.5% -1.57% -1.38%	6.37% 6.38% -0.6% -0.56%				

* مودهای کوپلینگ خمشی پیچش عمودی [21]

در مورد لایهچینیهایCAS1 و CAS2 قابل ذکر است که به خاطر انطباق با نوع نگارش پژوهشهای پیشین، زاویهلایه θ نسبت به محور z محاسبه میشود، اما برایCAS3 و CAS4نسبت به محور "s" اندازه گیری میشود. بنابراین لایهچینیهایCAS1 و CAS-2 در صورتی که 45 = θ و60 = θ باشد با CAS4یکسان هستند.



شكل 3. اولين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS3)

نتایج صحتسنجی در جدول 4۵در ترکیب با تحلیل اجزا محدود حاضر ارائه شدهاند. در جدول 4b، یک مقایسه بین نتایج این تحقیق و نتایج تجربی یا تحلیل اجزای محدود به شکل جداگانه ارائه گشته است. همانطور که مشاهده شد، مقایسه نتایج با دادههای تجربی یک روند منطقی را دنبال نمی کند. این مساله ممکن است بخاطر این حقیقت باشد که نتایج تجربی معمولا تحت تاثیر پارامترهای بسیاری، از جمله دقت پیادهسازی شرایط مرزی صحیح، اندازه گیری خطاها و بسیاری دیگر قرار می گیرند. از سوی دیگر، در مقایسه نتایج تئوری حاضر با نتایج حاصل ار روش اجزا خطاها و بسیاری دیگر قرار می گیرند. از سوی دیگر، در مقایسه نتایج تئوری حاضر با نتایج حاصل ار روش اجزا محدود، یک ثبات رویه معقول کلی را می توان مشاهده نمود. بحثهای بیشتر، در ارتباط با مقایسه نتایج، در قسمت محدود، یک ثبات رویه معقول کلی را می توان مشاهده نمود. بحثهای بیشتر، در ارتباط با مقایسه نتایج، در قسمت بعدی مقاله هنگامی که نتایج مربوط به اثرات مجموعههای مختلف معادلات ساختاری ارائه شده، فراهم گردیده

شکلهای 3 تا 9 هفت فرکانس طبیعی اول پیکربندی CAS3را نشان میدهند. مشاهده شده است که مجموعه اول فرضیات منجر به نتایجی میشوند که ارتباط نزدیکی با پیشبینیهای روش اجزا محدود ندارند. مجموعه بعدی فرضیات به طور کلی فرکانسهای طبیعی بالاتری در مقایسه با نتایج به دست آمده توسط ANSYSدارند. برای مثال، در مورد 50 = θ ، در شکل 3 مشاهده شده است که یک اختلاف 37 درصدی بین مقادیر فرکانس طبیعی اول بدست آمده از مجموعه اول فرضیات یا با کد ANSYSمشاهده شد. همچنین دیده شد که فرکانسهای پیش-بینی شده توسط مجموعه



شكل 4. دومين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS3)

10 دوم و سوم تا فرکانس هفتم ارتباط نزدیکی با نتایج اجزا محدود دارند. در مورد فرکانس هشتم یا نهم (شکلهای 10 و 11) برای زوایای لایه بین 0 تا 50 درجه، نتایج تجربی بدست آمده توسط مجموعههای دوم و سوم در ارتباط بسیار نزدیک با نتایج اجزا محدود است. هرچند برای زوایای بین 50 تا 90 درجه، این انطباق راضی کننده نیست. برای پیکربندی CAS4، فرکانسهای پیشبینی شده در شکلهای 12 تا 20 نمایش داده شدهاند. همانطور که با ارجاع به پیکربندی CAS4، فرکانسهای پیشبینی شده در شکلهای 12 تا 20 نمایش داده شدهاند. همانطور که با ارجاع به پیکربندی CAS4، فرکانسهای پیشبینی شده در شکلهای 12 تا 20 نمایش داده شدهاند. همانطور که با ارجاع به پیکربندی CAS4، فرکانسهای پیشبینی شده در میشود که در مورد پیکربندی CAS4، فرکانسهای طبیعی بر ارجاع به پیکربندی CAS4 درماه به درستی پیش بینینشدهاند (شکل 12 تا 20). برای مثال، در مورد= θ اساس مجموعه اول پیش فرضها به درستی پیش بینینشدهاند (شکل 12 تا 20). برای مثال، در مورد= 0.6،درشکل 12 دیده میشود که تفاوتی در حدود 68 درصد بین اولین مقدار فرکانس طبیعی حاصل از مجموعه اول فرضها با کد ANSYS



شكل 5. سومين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS3)



شکل 6. چهارمین فرکانس طبیعی تیر با مقطع قوطی (CAS3)



شكل 7. پنجمين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS3)



شكل 8. ششمين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS3)



شكل 9. هفتمين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS3)



شكل 10.هشتمين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS3)



شكل 11.نهمين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS3)



شكل 12.اولين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطى (CAS4)

در مقایسه با مجموعه اول، مجموعه دوم که توسط لیبرسکو و همکارانش در تحلیلهای ارتعاش آزاد و ایروالاستیک^۹ مورد استفاده قرار گرفته است[23، 24]، به طور کلی نتایج را به میزان قابل توجهینزدیک به نتایجروش اجزای محدود پیش بینی کرده است. اما مجموعه دوم نیزدر بعضی موارد خطاهای قابل توجهی را نشان داده است. به عنوان مثال، در مورد 70 = θ ، اولین فرکانس طبیعی (شکل 12) با حدود 29٪ تفاوتبین آنچه که از مجموعه دوم حاصل مثال، در مورد 70 = θ ، اولین فرکانس طبیعی (شکل 12) با حدود 29٪ تفاوتبین آنچه که از مجموعه دوم حاصل مثال، در مورد 70 = θ ، اولین فرکانس طبیعی (شکل 12) با حدود 29٪ تفاوتبین آنچه که از مجموعه دوم حاصل مثال، در مورد 70 = θ ، اولین فرکانس طبیعی (شکل 20) با حدود 29٪ تفاوتبین آنچه که از مجموعه دوم حاصل مثال، در مورد 70 = θ ، اولین فرکانس طبیعی (شکل 20) با حدود 29٪ تفاوتبین آنچه که از مجموعه دوم حاصل مثال، در مورد 70 = θ ، اولین فرکانس طبیعی (شکل 20) با حدود 29٪ تفاوتبین آنچه که از مجموعه دوم حاصل مثال، در مورد 70 = θ ، اولین فرکانس طبیعی (شکل 20) با حدود 29٪ تفاوتبین آنچه که از مجموعه دوم حاصل مثال، در مورد 70 = θ ، اولین فرکانس طبیعی (شکل 20) با حدود 29٪ تفاوتبین آنچا که سومین مجموعه دخیل میباشد، مشاهده مدوم و مقادیر حاصل از روش المان محدود پیش بینیشده است. تا آنجا که سومین مجموعه دخیل میباشد، مشاهده می میشود که برای زاویههای 50 ≥ $\theta ≥ 0$ فرکانسطبیعی تا هفتمین فرکانس با دقت بسیار خوبیدر مقایسه با نتایج روش اجزا محدود پیش بینی شده است. برای زوایای 80 ≥ $\theta ≥ 50$ در تعدادی از مودها، یعنی 1، 3، 5، 6، و مودها بازا محدود پیش بینی شده است. برای زوایای 80 ≥ $\theta ≥ 50$ در تعدادی از مودها، یعنی 1، 3، 5، 6، و مودها بازا بین دقت شروع به کاهش اندک میکند، اما هنوز در محدوده قابل قبول است. از سوی دیگر، در مورد هفتمین آنها، این دقت شروع به کاهش اندک میکند، اما هنوز در محدوده قابل قبول است. از سوی دیگر، در مودهای بالاتر، یعنی فرکانسهایطبیعی هشتم و نهم، نتایجتئوری در مقایسه با روش المان محدود حتی در مورد مورد مودهای بالاتر، یعنی فرکانسهایطبیعی هشتم و نهم، نتایجتفری در مقایسه با روش المان محدود حتی در مورد مودهای بالاتر، بینی فرکانسهایطبیعی هشتم و نهم، نتایجتئوری در مقایسه با روش المان محدود حتی در مورد مودهای بالاتر میدو مولی مود

به نظر می رسد رفتار ارتعاش آزاد تیرهای کامپوزیتی جدار نازک با مقطع قوطی ذکر شده در بالابه دلیل پیش فرض-های اولیه ای که در توسعه مدل تیر کامپوزیتیجدار نازک که فرض شده است سطح مقطع تیر در صفحه خود تغییر شکل نمی دهد و همچنین مقدار ضرایبسفتی، اتفاق افتاده است. این نتیجه می تواند با در نظر گرفتن شکل 21 تا 24 شکل بگیرد. در شکل 21 و 22، شکل مود سوم و نهم ANSYS برای CAS4 شکل در مورد 70 = θ به ترتیب نشان داده شداند. این در شکل 22 و 22، شکل مود سوم و نهم ANSYS برای CAS4 شطع به طور قابل توجهیدر صفحه نشان داده شداند. این در شکل 22 دیده می شود در ارتباط با مود نهم سطح مقطع به طور قابل توجهیدر صفحه تغییر شکل یافتهاست (یعنی خم شدن پوسته اتفاق افتاده است)، بنابراین مدل تیر کامپوزیتیجدار نازک بسط داده شده قادر به دریافت اثرات تغییر شکل سطح مقطع نتوانسته است تحلیل ANSYS را دنبال کند، نیست.یک مسئله مشابه نیز توسط دانسیلا^{۱۷} و همکاران مورد توجه قرار گرفته است [25] که پیشنهاد کردند که فرکانسهای طبیعی بالاتر نمی توانند به طور دقیق پیشربینی شوند مگر اینکه تغییر شکل سطح مقطعی برای آنها مجاز باشد.

¹⁶- Aeroelastic

¹⁷- Dancila

شکلهای 23 و 24تفاوتصلبیت خمشی عرضی (a₃₃) و ضریبکوپلینگ الاستیکخمشی-پیچشی(a₃₇) با زاویهصفحه بر اساس مجموعه سوم فرضها به ترتیب برایپیکربندیهایCAS4و CAS3نشان میدهد.

در شکل 23 دیده میشود که برایلایهچینیCAS4، ضریبکوپلینگالاستیک پیچشی اندازه قابل توجهی دارد که در مقایسه با صلبیت خمشینمیتواند به راحتی نادیده گرفته شود و حداکثر مقدار آن برای زاویههایصفحه در بازه 50 تا 80 درجه میباشد. بنابراین،انتظار میرود سهم مودهای پیچش در فرکانسهای طبیعیدر محدوده زوایای صفحه ذکر شده در بالانسبتا قابل توجه باشد.این سهم در فرکانسهای طبیعی بالاتر که تغییر شکل پیچشی در شکلهای مودها بیشتر به چشم میآیند، بیشتر میشود(شکل 22). بنابراین، در مورد فرکانسهای طبیعی پایین تر و برای زاویه-هایصفحه0 تا 50 درجه نتایج حاصل از کار حال حاضر در مقایسه با نتایجروش اجزای محدود انطباق بسیار خوبیدارند(شکلهای 12–18 برای مجموعه سوم). از آنجایی که مدل حاضر نمیتواند مودهای پیچش را کامل ضبط کند (یعنی حالتهای خمش پوسته در صفحه ضبط نمیشوند)، فرکانسهایطبیعیپیشبینی شده شروع به از دست دادن دقت خود را در مقایسه با نتایجاجزای محدود در مورد فرکانسهای طبیعی پایین تر و برای تاوی 50 تا 80 درجه،کهدرآنمودهایخمشیهنوز هم غالب هستند، اما مقدار کوپلینگ خمش پیچشقابل توجه است (شکل 21-18 برای مجموعه سوم) می کند.

بر اساس بحث فوق و این واقعیت که لایهچینی CAS1مشابه با پیکربندی CAS4با زاویه 60 درجه است،تفاوتبین فرکانسهای طبیعی به دست آمده از نتایجتئوری حاضر و آنچه که توسط تحلیلروش اجزای محدود در مورد لایه-چینی CAS1حاصل شده است (جدولb4)توجیه می شود.

در مورد لایهچینیCAS3، همانطور که در شکل 24 دیده می شود، ضریبکوپلینگ خمشی پیچی نسبت به ضریبصلبیت خمشی قابل توجه نیست. بنابراین، برای تقریبا تمام زوایای بسته در مورد مودهای پایین تر (یعنی هفت فرکانس طبیعی اول) که در آن تغییر شکل خمشی و پیچشی در شکل مود متناظر هنوز غالب نیست، نتایج به دست آمده با

استفاده از مجموعه سوم انطباق نزدیکی با نتایج حاصل از تحلیلاجزای محدود دارد (شکل 3-9).



شكل 13.دومين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS4)



زاويه لايه (درجه)



شكل 14.سومين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS4)

شكل 15.چهارمين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS4)



شكل 16. پنجمين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS4)



شكل 17.ششمين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS4)



شكل 18.هفتمين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS4)







شكل 20.نهمين فركانس طبيعي تير با مقطع قوطي (CAS4)



 $CAS4(\theta = 70)$ شکل مود سوم (ANSYS شکل مود نتایج 21



 $CAS4(\theta = 70)$ شکل 22. تایج ANSYS برای شکل مود نهم (22







24. الف) ضریب کوپلینگ الاستیک خمشی-پیچشی بر اساس مجموعه سوم، ب)ضریب صلبیت خمشی (CAS3) براساس مجموعه سوم.

4. نتيجەگىرى

اثرات فرضیههای مختلف معادلات ساختاری بر رفتار ارتعاش آزاد تعدادی از تیرهای کامپوزیتیجدار نازک با کوپلینگ خمشی-پیچشی بررسی شده است. مدل تیر کامپوزیتیجدار نازک که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است، بر اساس یک مدل تیر موجود، شامل برخی از اثرات غیرکلاسیک مانند انحراف محدود و برش عرضیمیباشد. نتایج ارتعاش آزاد برای سه مجموعه پیش فرض برای معادلات پایه ارائه و با نتایجاجزا محدود با استفاده از ANSYSمقایسه شد. در این کار نشان داده شده است که فرضیههای معادلات ساختاری در پیشبینی فرکانسهای طبیعیتیرهای کامپوزیتی نقش مهمیایفا میکنند. بنابراین، انتخاب نامناسب ازفرضهای متناظر ممکن است منجر به نتایج فاجعهبار شود. به عنوان مثال، در برخی موارد تفاوت در حدود 68٪درمقایسه با نتایجاجزا محدود مشاهده شده است. تا آنجا که به فرکانسهای طبیعی پایین تر مربوط می شود، تطابق خوبی بین نتایجاجزا محدود و آنچه که با استفاده از مجموعه سوم فرضها حاصل شده است، مشاهده می شود. با این حال، نه مجموعه سوم و نه مجموعههای دیگراز فرضها نمی تواند فرکانسهای طبیعی بالاتر با دقت کافی را ثبت کنند. به نظر می رسد وارد کردن تغییر شکل سطح مقطعی در مدلتیر ضروری است تا قادر به ثبت فرکانسهای طبیعی بالاتر باشد.

ضميمه A

 $M_{\rm ss} = {
m M}_{
m ss} = 0$ ضرایب سفتی کاهش یافته برای

$$\begin{split} &K_{11} = A_{22} + \left(A_{12}^2 D_{11} - 2A_{12} B_{11} B_{12} + B_{12}^2 A_{11}\right) \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{12} = A_{26} + [A_{12} (A_{16} D_{11} - B_{11} B_{16}) + B_{12} (A_{11} B_{16} - B_{11} A_{16})] \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{13} = \Psi (s) K_{12}, \\ &K_{14} = B_{22} + [A_{12} (B_{12} D_{11} - B_{11} D_{12}) + B_{12} (A_{11} D_{12} - B_{11} B_{12})] \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{21} = A_{26} + [A_{16} (A_{12} D_{11} - B_{11} B_{12}) + B_{16} (A_{11} B_{12} - B_{11} A_{12})] \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{22} = A_{66} + (A_{16}^2 D_{11} - 2A_{16} B_{11} B_{16} + B_{16}^2 A_{11}) \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{23} = \Psi (s) K_{22}, \\ &K_{24} = B_{26} + [A_{16} (B_{12} D_{11} - B_{11} D_{12}) + B_{16} (A_{11} D_{12} - B_{11} B_{12})] \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{41} = B_{22} + [B_{12} (A_{12} D_{11} - B_{11} B_{12}) + D_{12} (A_{11} B_{16} - B_{11} A_{16})] \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{42} = B_{26} + [B_{12} (A_{16} D_{11} - B_{11} B_{16}) + D_{12} (A_{11} B_{16} - B_{11} A_{16})] \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{43} = \Psi (s) K_{42}, \\ &K_{44} = D_{22} + [B_{12}^2 D_{11} - 2B_{12} B_{11} D_{12} + D_{12}^2 A_{11}] \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{51} = B_{26} + [B_{16} (A_{12} D_{11} - B_{11} B_{12}) + D_{16} (A_{11} B_{16} - B_{11} A_{16})] \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{52} = B_{66} + [B_{16} (A_{16} D_{11} - B_{11} B_{16}) + D_{16} (A_{11} B_{16} - B_{11} A_{16})] \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{53} = \Psi (s) K_{52}, \\ &K_{54} = D_{22} + [B_{16} (B_{12} D_{11} - B_{11} D_{12}) + D_{16} (A_{11} D_{12} - B_{11} B_{12})] \\ & \left(B_{11}^2 - D_{11} A_{11}\right), \\ &K_{65} = A_{44} - \frac{A_{45}^2}{A_{55}}. \\ \end{aligned}$$

: ${
m N}_{
m ss}= \epsilon_{
m ss}^{(1)}=0$ ضرایب سفتی کاهش یافته برای

$$K_{11} = A_{22} - \frac{A_{12}^2}{A_{11}},$$

$$K_{12} = A_{26} - \frac{A_{12}A_{16}}{A_{11}} = K_{21},$$

$$K_{13} = \left(A_{26} - \frac{A_{12}B_{12}}{A_{11}}\right) \Psi(s),$$

$$K_{14} = B_{22} - \frac{A_{12}B_{12}}{A_{11}} = K_{41},$$

$$K_{22} = A_{66} - \frac{A_{16}^2}{A_{11}},$$

$$K_{23} = \left(A_{66} - \frac{A_{16}^2}{A_{11}}\right) \Psi(s),$$

$$K_{24} = B_{26} - \frac{A_{16}B_{12}}{A_{11}} = K_{42}.$$

$$K_{43} = \left(B_{26} - \frac{A_{16}B_{12}}{A_{11}}\right) \Psi(s),$$

$$K_{44} = D_{22} - \frac{B_{12}^2}{A_{11}},$$

$$K_{51} = B_{26} - \frac{B_{16}A_{12}}{A_{11}},$$

$$K_{52} = B_{66} - \frac{B_{16}A_{16}}{A_{11}},$$

$$K_{53} = \left(B_{66} - \frac{B_{16}A_{16}}{A_{11}}\right) \Psi(s),$$

$$K_{44} = D_{44} - \frac{B_{44}B_{44}}{B_{44}},$$

$$K_{54} = B_{44} - \frac{B_{44}B_{44}}{B_{44}},$$

$$K_{54} = B_{54} - \frac{B_{54}B_{44}}{B_{44}},$$

$$K_{55} = B_{56} - \frac{B_{56}B_{54}}{B_{54}},$$

$$K_{55} = B_{56} - \frac{B_{56}B_{56}}{B_{56}},$$

$$K_{54} = B_{56} - \frac{B_{56}B_{56}}{B_{56}},$$

$$K_{55} = B_{56} - \frac{B_{56}B_{56}}{B_{56}},$$

$$K_{55} = B_{56} -$$

$$K_{54} = D_{26} - \frac{B_{12}B_{16}}{A_{11}},$$

$$K_{65} = A_{44} - \frac{A_{45}^2}{A_{55}}.$$

:
$$\epsilon_{
m ss}^{(0)} = \epsilon_{
m ss}^{(1)} = 0$$
 ضرایب سفتی کاهش یافته برای

$$K_{11} = A_{22},$$

$$K_{12} = A_{26} = K_{21},$$

$$K_{13} = K_{12}\Psi(s),$$

$$K_{14} = B_{22} = K_{41},$$

$$K_{22} = A_{66},$$

$$K_{23} = K_{22}\Psi(s),$$

$$K_{24} = B_{26} = K_{42},$$

$$K_{43} = B_{26}\Psi(s),$$

$$K_{44} = D_{22},$$

$$K_{51} = B_{26},$$

$$K_{52} = B_{66},$$

$$K_{53} = B_{66}\Psi(s),$$

$$K_{54} = D_{26},$$

$$K_{65} = A_{44} - \frac{A_{45}^2}{A_{55}}$$

ضميمه B

به منظور اعمال EGMبه معادلات حاکم، جدایی متغیرها به شکل زیر انجام شده است:

$$u_0(z, t) = \boldsymbol{\psi}_u^T(z)\boldsymbol{q}_u(t), \quad v_0(z, t) = \boldsymbol{\psi}_v^T(z)\boldsymbol{q}_v(t),$$

$$w_0(z, t) = \boldsymbol{\psi}_w^T(z)\boldsymbol{q}_w(t),$$

$$\varphi(z, t) = \boldsymbol{\psi}_\varphi^T(z)\boldsymbol{q}_\varphi(t), \quad \theta_x(z, t) = \boldsymbol{\psi}_x^T(z)\boldsymbol{q}_x(t),$$

$$\theta_v(z, t) = \boldsymbol{\psi}_v^T(z)\boldsymbol{q}_v(t).$$

که در آن $\Psi_{y}^{T}(z)$ و $\Psi_{y}^{T}(z)$ و $\Psi_{y}^{T}(z), \psi_{v}^{T}(z), \psi_{w}^{T}(z), \psi_{\phi}^{T}(z), \psi_{x}^{T}(z), \psi_{x}^{T}(z), \psi_{y}^{T}(z), \psi_{y}^{T}(z)$

$$[M] \{ \ddot{q} \} + [K] \{ q \} = \{ 0 \},\$$

که در آن

$\{\boldsymbol{q}\} = \left[\boldsymbol{q}_{u}^{T} \boldsymbol{q}_{v}^{T} \boldsymbol{q}_{w}^{T} \boldsymbol{q}_{\varphi}^{T} \boldsymbol{q}_{\varphi}^{T} \boldsymbol{q}_{x}^{T} \boldsymbol{q}_{y}^{T}\right]^{T}$



در کار پیش رو، معادلات شکل در فرم چند جملهای های ساده به کار گرفته شدهاند:

$$\begin{split} \boldsymbol{\psi}_{u}^{T}(z) &= \begin{bmatrix} z & z^{2} & \dots & z^{N} \end{bmatrix}^{T}, \boldsymbol{\psi}_{v}^{T}(z) = \begin{bmatrix} z & z^{2} & \dots & z^{N} \end{bmatrix}^{T}, \boldsymbol{\psi}_{w}^{T}(z) = \begin{bmatrix} z & z^{2} & \dots & z^{N} \end{bmatrix}^{T}, \\ \boldsymbol{\psi}_{\phi}^{T}(z) &= \begin{bmatrix} z^{2} & z^{3} & \dots & z^{N+1} \end{bmatrix}^{T}, \boldsymbol{\psi}_{x}^{T}(z) = \begin{bmatrix} z & z^{2} & \dots & z^{N} \end{bmatrix}^{T}, \\ \boldsymbol{\psi}_{\phi}^{T}(z) &= \begin{bmatrix} z^{2} & \dots & z^{N} \end{bmatrix}^{T}, \end{split}$$

که Nتعداد توابع شکل استفاده شده در تحلیل میباشد.

ضميمه C

همگرایی مطاله EGM:





29





همگرایی 9 فرکانس طبیعی اول تیر کامپوزیتی با مقطع قوطی 4 CAS، (
$$heta=0$$
)

References

- O. Song and L. Librescu, Free vibration of anisotropic composite thin-walled beams of closed cross-section contour, J. Sound Vib., vol. 167, no. 1, pp. 129–147, 1993.
- [2] R. Chandra and I. Chopra, Structural behavior of two-cell composite rotor blades with elastic couplings, AIAA J., vol. 30, no. 12, pp. 2914–2921, 1992.
- [3] V.V. Volovoi and D.H. Hodges, Single- and multi-celled composite thin-walled beams, AIAA J., vol. 40, no. 5, pp. 960–966, 2002.
- [4] S.N. Jung, V.T. Nagaraj, and I. Chopra, Refined structural model for thin- and thick-walled composite rotor blade, AIAA J., vol. 40, no. 1, pp. 105–116, 2002.
- [5] Z. Qin and L. Librescu, On a shear-deformable theory of anisotropic thin-walled beams: Further contribution and validations, Compos. Struct., vol. 56, pp. 345–358, 2002.
- [6] J.K. Suresh and V.T. Nagaraj, Higher-order shear deformation theory for thin-walled composite beams, J. Aircraft, vol. 33, no. 5, pp. 978–986, 1996.
- [7] L. Librescu and O. Song, Thin-Walled Composite Beams: Theory and Application, Springer Dordrecht, the Netherlands, 2006.
- [8] E. Reissner, On a variational theorem in elasticity, J. Math. Phys., vol. 29, no. 2, pp. 90–95, 1950.
- [9] O.O. Ochoa and J.N. Reddy, Finite Element Analysis of Composite Laminates, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1992.
- [10] J.R. Vinson and R.L. Sierakowski, The Behavior of Structures Composed of Composite Materials, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 2002.
- [11] Z. Qin, Vibration and Aeroelasticity of Advanced Aircraft Wings Modeled as Thin-Walled Beams-Dynamics, Stability and Control, Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 2001.
- [12] N.R. Bauld, L.S. Tzeng, and A. Vlasov, Theory for fiber-reinforced beams with thin-walled open cross sections, Int. J. Solids Struct., vol. 20, no. 3, pp. 277–297, 1984.
- [13] R. Chandra and I. Chopra, Experimental and theoretical analysis of composite i-beams with elastic couplings, AIAA J., vol. 29, no. 12, pp. 2197–2206, 1991.
- [14] L.R. Centolanza, E.C. Smith, and B. Kumar, Refined structural modeling and structural dynamics of elastically tailored composite rotor blades, Proceedings of the 37th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, pp. 2002–2012, April 15–17, Salt Lake City, UT, 1996.
- [15] S.N. Jung, I.J. Park, and E.S. Shin, Theory of thin-walled composite beams with single and double-cell sections, Composites Part B: Eng., vol. 38, no. 2, pp. 182–192, 2007.
 [16] X.X. Wu and C.T. Sun, Vibration analysis of laminated composite
- [16] X.X. Wu and C.T. Sun, Vibration analysis of laminated composite thin-walled beams using finite elements, AIAA J, vol. 29, no. 5, pp. 736–742, 1990.
- [17] S.N. Jung, V.T. Nagaraj, and I. Chopra, Refined structural dynamics model for composite rotor blades, AIAA J., vol. 39, no. 2, pp. 339–348, 2001.
- [18] S.N. Jung, V.T. Nagaraj, and I. Chopra, Assessment of composite rotor blade modeling techniques, J. Am. Helicopter Soc., vol. 44, no. 3, pp. 188–205, 1999.
- [19] J.B. Kosmatka and C. Ie, On the vibration behavior of sheardeformable prismatic beams including in-plane cross-section deformation, Proceedings of the 32nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Material Conference, pp. 1462–1474, April 8–10, Baltimore, MD, 1991.
- [20] R. Chandra and I. Chopra, Experimental-theoretical investigation of the vibration characteristics of rotating composite box-beams, J. Aircraft, vol. 29, no. 4, pp. 657–664, 1992.
- [21] E.A. Armanios and A.M. Badir, Free vibration analysis of anisotropic thin-walled closed-section beams, AIAA J., vol. 33, no. 10, pp. 1905–1910, 1995.
- [22] T.P. Vo and J. Lee, Free vibration of thin-walled composite box beams, Compos. Struct., vol. 84, no. 1, pp. 11–20, 2008.
- [23] Z. Qin, P. Mazocca, and L. Librescu, Aeroelastic instability and response of advanced aircraft wings at subsonic flight speeds, Aerospace Sci. Technol., vol. 6, no. 3, pp. 195–208, 2002.
- [24] Z. Qin and L. Librescu, Aeroelastic instability of aircraft wings modeled as anisotropic composite thin-walled beams in incompressible flow, J. Fluids Struct., vol. 18, no. 1, pp. 43–61, 2003.
- [25] D.S. Dancila, E.A. Armanios, and W.K. Lentz, Free vibration of thin-walled closed-section composite beams with optimum and near-optimum coupling, J. Thermoplastic Compos. Mater., vol. 12, no. 1, pp. 2–12, 1999.