

## بهترین سطح مقطع هیدرولیک در کانال سهمی گون افقی

### خلاصه

بهترین نوع سطح مقطع کانال هیدرولیک موجب ایجاد حداکثر ظرفیت جریان برای سطح مقطع جریان، حداقل سطح مقطع و محیط اطراف برای میزان تخلیه مشابه می‌شود. هزینه ساخت‌وساز را نیز می‌توان در همان میزان زمان به حداقل مقدار رساند. سطح مقطع سهمی گون افقی (HBP) را می‌توان یک سطح مقطع مرکب در نظر گرفت. مهم است که در فرایند طراحی، پارامترهای نواحی افقی و سهمی گون محاسبه شوند. در این مقاله به بررسی بهترین نوع سطح مقطع هیدرولیک و مشخصه‌های آن پرداخته شده است. به منظور تعیین ابعاد در بهترین ترکیب از حالت‌های افقی و سهمی گون، روش صریح پیشنهاد شده است. این روش و پارامترهای آن موجب تسهیل طراحی کانال می‌شود. مشخص شد که نسبت‌های عرض سطح بالایی به عمق و عرض سطح پایینی به عمق برای مقطع هیدرولیک، ثابت است. در مقایسه با حالت سهمی گون، حالت‌های مستطیلی، دوزنقه، مثلث، نیم مکعب و نیم مکعب افقی دارای بیشترین ظرفیت جریان هستند و کوچک‌ترین سطح جریان برای همان میزان تخلیه را دارند. نتایج به دست آمده از مقطع هیدرولیک در کانال سهمی گون، قابل اعمال به سطح مقطع HBP نیست.

### 1. مقدمه

بهترین نوع سطح مقطع هیدرولیک منجر به حداکثر ظرفیت جریان خواهد شد. این امر موجب کاهش هزینه ساخت‌وساز تا حداقل مقدار در میزان زمان مشابه می‌شود. در نتیجه انتخاب بهترین نوع سطح مقطع هیدرولیک همیشه یکی از موارد مورد بررسی محققان بوده است. چاو روش صریح را برای این نوع سطح مقطع در حالت‌های نیم‌دایره، دوزنقه، مستطیل، سهمی گون و مقاطع پیوسته بررسی کرد. هانگ و همکاران روشی را برای طراحی کانالی

بایات برای رودخانه را بررسی کردند. وطن خواه نوعی از مقاطع چندضلعی منظم را ارائه کرد که یکی بهترین راه حل ها برای کانال های هیدرولیک هستند. هان مقطعی با کف افقی و کناره های سهمی گون را ارائه کرد که نشان داد یکی از بهترین حالت ها برای سطح مقطع هیدرولیک است. ون و لی محاسبات هیدرولیک برای سطح مقطع نوع 2 نعل اسبی با استفاده از روش ضرب لاگرانژ را ارائه کردند. عبدالرحمن سطح مقطع مرکب با کف دوزنقه ای و سطح بالایی مستطیلی را بررسی کرد. لیو و همکاران مقطع بهینه هیدرولیک که کانالی ترکیبی از کف افقی و کناره های عمودی است را پیشنهاد کردند. لو و همکاران مشخصه های بهترین مقطع هیدرولیک را برای مقاطع U شکل بررسی کردند. موهانتی و خاتوا، تخلیه و توزیع در کانال های مرکب را بررسی کردند. ملکی و خان اثر اشکال مختلف کانال را بر دقت ابعادی و بازده جریان کانال مورد بررسی قرار دادند.

انواع مختلفی از شکل های متعدد کانال وجود دارند که مقطع سهمی گون یکی از آنها است. پیشنهاد شده است که کانال های غیرخطی باید به شکل سهمی گون باشند. در نتیجه انتقال از نظر هیدرولیکی کاملاً بایات خواهد بود. نشان داده شده است که ظرفیت تخلیه در مقاطع سهمی گون، بیشتر از مقاطع دوزنقه ای در شرایط یکسان است. هزینه این نوع مقاطع نیز کمتر از مقاطع دوزنقه ای خواهد بود.

مقطع سهمی گون افقی ترکیبی از کف افقی و دو کناره سهمی شکل است. سه بحث در این مورد مطرح است. اولی انتخاب بهترین ترکیب کف و کناره ها است. دومی ظرفیت جریان در بهترین حالت هیدرولیک در مقایسه با سایر مقاطع سهمی گون سنتی است و سومی کاربرد مستقیم این مقاطع و مقاطع سهمی گون افقی سنتی است. در این مقاله بهترین مقطع هیدرولیک و معادلات صریح مربوطه، به منظور محاسبه ابعاد مقطع سهمی گون افقی به دست آمده اند. همچنین مقایسه ای با مقاطع سهمی گون قدیمی و سایر مقاطع نیز انجام شده است.

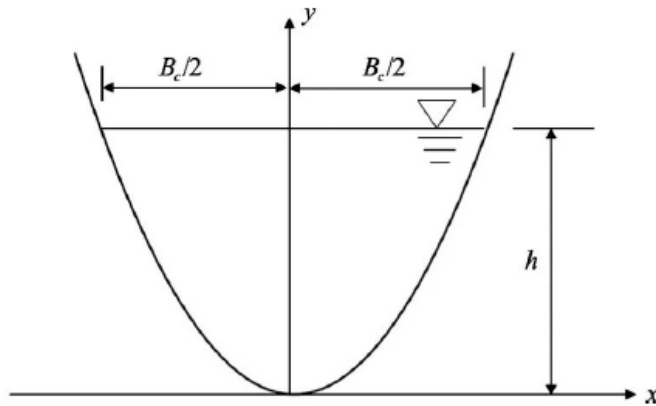
### 1. مقطع سهمی گون سنتی

شکل این نوع مقطع (شکل 1) به کمک رابطه زیر مشخص می شود.

$$y = ax^2$$

(1)

که  $a$  پارامتر شکل،  $x$  مختصات افقی و  $y$  مختصات عمودی است.



شکل 1- مقطع سهمی گون سنتی

از شکل 1 مشخص است که اگر  $x=B_c/2$  باشد، در نتیجه  $y=h$ ، بنابراین  $a$  به صورت زیر محاسبه می شود.

$$a = 4 \frac{h}{B_c^2} \quad (2)$$

که  $h$  و  $B_c$  به ترتیب عمق و عرض سطح آب هستند.

سطح جریان و محیط مرطوب نیز با روش انتگرال گیری به دست می آیند.

$$A_c = 2 \left( h \frac{B_c}{2} - \int_0^{B_c/2} y dx \right) = h B_c - \frac{1}{12} a B_c^3 = \frac{2}{3} B_c h \quad (3)$$

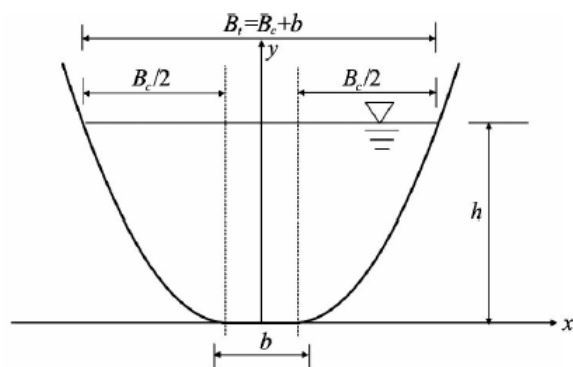
$$P_c = \int_0^{B_c/2} \sqrt{1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2} dx =$$

$$\frac{1}{2} \frac{B_c \sqrt{a^2 B_c^2 + 1} + a \ln(a B_c + \sqrt{a^2 B_c^2 + 1})}{a} =$$

$$\frac{1}{8} \frac{B_c^2}{h} \left[ 4 \frac{h}{B_c} \sqrt{16 \frac{h^2}{B_c^2} + 1} + \right.$$

$$\left. \ln \left( 4 \frac{h}{B_c} + \sqrt{16 \frac{h^2}{B_c^2} + 1} \right) \right] \quad (4)$$

که  $A_c$  سطح جریان مقطع سهمی گون سنتی و  $P_c$  محیط مرطوب در این نوع مقطع است.



شکل 2- مقطع سهمی گون با کف افقی

## 2. مشخصات مقطع سهمی گون با کف افقی

این نوع مقطع (شکل 2) به صورت زیر مشخص می شود

$$y = a_t \left( x + \frac{b}{2} \right)^2, \quad x \leq -\frac{b}{2} \quad (5a)$$

$$y = 0, \quad -\frac{b}{2} < x < \frac{b}{2} \quad (5b)$$

$$y = a_t \left( x - \frac{b}{2} \right)^2, \quad x \geq \frac{b}{2} \quad (5c)$$

که  $a_t$  پارامتر شکل و  $b$  عرض کف کانال است.

به طور مشخص، سطح جریان و محیط مرطوب این نوع سطح مقطع را می توان از نتایج مقطع سهمی گون سنتی به

دست آورد.

$$B_t = B_c + b \quad (6)$$

$$A_t = A_c + bh = \frac{2}{3} B_c h + bh \quad (7)$$

$$P_t = P_c + b = \frac{1}{8} \frac{B_c^2}{h} \left[ 4 \frac{h}{B_c} \sqrt{16 \frac{h^2}{B_c^2} + 1} + \ln \left( 4 \frac{h}{B_c} + \sqrt{16 \frac{h^2}{B_c^2} + 1} \right) \right] + b \quad (8)$$

که  $A_t$  سطح جریان و  $P_t$  محیط مرطوب در این نوع سطح مقطع است.

3. بهینه ترین مقطع هیدرولیک در بین مقاطع سهمی گون افقی

3.1 مشخصه های بهترین نوع مقطع هیدرولیک

تخلیه جریان یکنواخت به کمک رابطه Manning نشان داده می شود.

$$Q_t = \frac{1}{n} \frac{A_t^{5/3} i^{1/2}}{P_t^{2/3}} \quad (9)$$

که  $P_t$  تخلیه جریان برای سطح مقطع سهمی گون با کف افقی،  $n$  زبریو آشیب کانال است. معادله 8 را می توان به صورت زیر نشان داد.

$$A_t = \beta_t h^2 + \frac{2}{3} \eta_t h^2 \quad (10)$$

$$P_t = \frac{1}{8} \left[ 4 \frac{1}{\eta_t} \sqrt{16\eta_t^{-2} + 1} + \ln(4\eta_t^{-1} + \sqrt{16\eta_t^{-2} + 1}) \right] h \eta_t^2 + \beta_t h \quad (11)$$

معادلات 10، 11 و 9 به ترتیب نشان دهنده  $A_t$ ،  $P_t$  و  $Q_t$  هستند.

با توجه به تعریف مقطع بهینه هیدرولیک، بهترین نوع این مقطع دارای حداکثر تخلیه با حداقل سطح جریان برای میزان تخلیه مشخص است. در نتیجه بهینه سازی مدل به شکل زیر خواهد بود.

$$\text{Minimize } A_t = A_t(\eta_t, \beta_t, h) \quad (12a)$$

$$\text{Subject to } \Phi(\eta_t, \beta_t, h) = Q_t - \frac{1}{n} \frac{A_t^{5/3} i^{1/2}}{P_t^{2/3}} = 0 \quad (12b)$$

با توجه به روش بهینه سازی ضرب لاگرانژ، حالت بهینه مسئله به شکل زیر درمی آید.

$$\frac{\partial A_t}{\partial \eta_t} + \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \eta_t} = 0 \quad (13a)$$

$$\frac{\partial A_t}{\partial \beta_t} + \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial \beta_t} = 0 \quad (13b)$$

$$\frac{\partial A_t}{\partial h} + \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial h} = 0 \quad (13c)$$

که  $\lambda$  ضریب لاگرانژ است. با حذف  $\lambda$  از معادلات a13 و b13، معادله زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial A_t}{\partial \eta_t} \frac{\partial \Phi}{\partial \beta_t} = \frac{\partial \Phi}{\partial \eta_t} \frac{\partial A_t}{\partial \beta_t} \quad (14a)$$

همچنین با حذف این پارامتر از معادلات a13 و c13، نتایج زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial A_t}{\partial \eta_t} \frac{\partial \Phi}{\partial h} = \frac{\partial A_t}{\partial h} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta_t} \quad (14b)$$

از معادله b12 نیز نتیجه زیر حاصل می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial \eta_t} \Phi(\eta_t, \beta_t, h) = -\frac{5}{3} \frac{A_t^{2/3} i^{0.5}}{nP_t^{2/3}} \frac{\partial A_t}{\partial \eta_t} + \frac{2}{3} \frac{A_t^{5/3} i^{0.5}}{nP_t^{5/3}} \frac{\partial P_t}{\partial \eta_t} \quad (15a)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta_t} \Phi(\eta_t, \beta_t, h) = -\frac{5}{3} \frac{A_t^{2/3} i^{0.5}}{nP_t^{2/3}} \frac{\partial A_t}{\partial \beta_t} + \frac{2}{3} \frac{A_t^{5/3} i^{0.5}}{nP_t^{5/3}} \frac{\partial P_t}{\partial \beta_t} \quad (15b)$$

$$\frac{\partial}{\partial h} \Phi(\eta_t, \beta_t, h) = -\frac{5}{3} \frac{A_t^{2/3} i^{0.5}}{nP_t^{2/3}} \frac{\partial A_t}{\partial h} + \frac{2}{3} \frac{A_t^{5/3} i^{0.5}}{nP_t^{5/3}} \frac{\partial P_t}{\partial h} \quad (15c)$$

با جاگذاری معادلات a15 و b15 در معادله a14 و ساده‌سازی آن خواهیم داشت

$$-\frac{2}{3} \frac{1}{nP_t^{5/3}} A_t^{5/3} i^{0.5} \left( \frac{\partial A_t}{\partial \eta_t} \frac{\partial P_t}{\partial \beta_t} - \frac{\partial A_t}{\partial \beta_t} \frac{\partial P_t}{\partial \eta_t} \right) = 0 \quad (16a)$$

به همین صورت با جاگذاری معادلات a15 و b15 در معادله b14 داریم

$$-\frac{2}{3} \frac{1}{nP_t^{5/3}} A_t^{5/3} i^{0.5} \left( \frac{\partial A_t}{\partial \eta_t} \frac{\partial P_t}{\partial h} - \frac{\partial A_t}{\partial h} \frac{\partial P_t}{\partial \eta_t} \right) = 0 \quad (16b)$$

در نتیجه حالت‌های بهترین نوع سطح مقطع هیدرولیک برای مقاطع سهمی گون با کف افقی به شکل زیر است

$$\frac{\partial A_t}{\partial \eta_t} \frac{\partial P_t}{\partial \beta_t} = \frac{\partial A_t}{\partial \beta_t} \frac{\partial P_t}{\partial \eta_t}, \quad \frac{\partial A_t}{\partial \eta_t} \frac{\partial P_t}{\partial h} = \frac{\partial A_t}{\partial h} \frac{\partial P_t}{\partial \eta_t} \quad (16c)$$

از معادلات 10 و 11، مشتقات جزئی  $A_t$  و با توجه به متغیرها، به شکل زیر خواهند بود

$$\frac{\partial A_t}{\partial \eta_t} = \frac{2}{3} h^2, \quad \frac{\partial A_t}{\partial \beta_t} = h^2, \quad \frac{\partial A_t}{\partial h} = 2\beta_t h + \frac{4}{3} \eta_t h \quad (17a)$$

$$\frac{\partial P_t}{\partial \eta_t} = \frac{1}{4} \eta_t [\ln(4 + \sqrt{\eta_t^2 + 16}) - \ln(\eta_t)] h \quad (17b)$$

$$\frac{\partial P_t}{\partial \beta_t} = h,$$

$$\frac{\partial P_t}{\partial h} = \frac{1}{8} \ln(4 + \sqrt{\eta_t^2 + 16}) \eta_t^2 - \frac{1}{8} \ln(\eta_t) \eta_t^2 +$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{\eta_t^2 + 16} + \beta_t \quad (17c)$$

با جاگذاری معادله 17 در معادله c16 و پس از ساده‌سازی آن، معادلات زیر حاصل می‌شود.

$$\frac{\eta_t}{4} [(4 + \sqrt{\eta_t^2 + 16}) - \ln(\eta_t)] = \frac{2}{3} \quad (18a)$$

$$2\eta_t [\ln(4 + \sqrt{\eta_t^2 + 16}) - \ln(\eta_t)] (3\beta_t + 2\eta_t) =$$

$$\ln(4 + \sqrt{\eta_t^2 + 16}) \eta_t^2 + 4\sqrt{\eta_t^2 + 16} + 8\beta_t \quad (18b)$$

با استفاده از روش جذر دوبخشی یا روش تکرار نیوتن برای حل معادلات 18، پارامتر  $\eta_t$  برای این نوع سطح مقطع به

شکل زیر درمی‌آید.

$$\eta_t = \frac{B_c}{h} = 1.6439 \quad (19)$$

با جاگذاری  $\eta_t$  در دومین معادله از معادلات 18، پارامتر  $\beta$  نیز به شکل زیر خواهد بود.

$$\beta_t = \frac{b}{h} = 0.5184 \quad (20)$$

از معادلات 19 و 20، معادله 21 به دست می‌آید.

$$\frac{B_t}{h} = \frac{B_c + b}{h} = 2.1623 \quad (21)$$

این سه معادله توصیف‌کننده بهترین ترکیب برای سطح مقطع سهمی گون با کف افقی است.

### 3.2 روابط صریح برای بهترین نوع مقطع هیدرولیک

1- محاسبه میزان تخلیه  $Q_t$ ، زمانی که  $h$  مشخص باشد، برای محاسبه ابعاد ضروری خواهد بود. روش صریح برای بهترین مقطع هیدرولیک برای  $Q_t$ ،  $P_t$ ،  $A_t$  و  $a_t$  به شکل زیر است.

$$a_t = 1.4801h^{-1} \quad \text{or} \quad a_t h = 1.4801 \quad (22)$$

$$A_t = 1.6143h^2 \quad (23)$$

$$P_t = 3.2287h \quad (24)$$

$$Q_t = 1.0170 \frac{h^{8/3} \sqrt{i}}{n} \quad (25)$$

2- محاسبه  $P_t$ ،  $A_t$ ،  $B_t$  و  $b$  زمانی که  $Q$  مشخص است.

گاهی اوقات محاسبه ابعادی مانند  $h$ ،  $b$  و  $B_c$  برای محاسبه میزان تخلیه جریان ضروری است. از معادله 25، عمق نرمال ( $h$ ) برای بهترین مقطع هیدرولیک به شکل زیر است.

$$h = 0.9937 \left( \frac{Q_t n}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} \quad (26a)$$

سپس با استفاده از روابط  $B_c = \eta h$ ،  $b = \beta h$  و  $B_t = B_c + h$ ، مقادیر  $b$  و  $B_t$  به دست می‌آیند.  $B = 0.5184h$  و  $B_c = 1.6439j$  و  $B_t = 2.1623h$

با جاگذاری معادله 26 در معادلات 6 و 7 و 8، روابط زیر به دست می‌آیند.



$$B_t = 2.1487 \left( \frac{Q_t n}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} \quad (26b)$$

$$A_t = 1.5941 \left( \frac{Q_t n}{\sqrt{i}} \right)^{3/4} \quad (26c)$$

$$P_t = 3.2084 \left( \frac{Q_t n}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} \quad (26d)$$

این پارامترها و معادلات صریح (23 تا d26) برای طراحی بهترین مقطع هیدرولیک مورد استفاده قرار می‌گیرند.

### 3.3 عمق نرمال و عمق بحرانی برای بهترین مقطع هیدرولیک

معادله a26 یک روش صریح برای عمق نرمال در بهترین مقطع هیدرولیک است.

معادله بحرانی عمومی به شکل زیر نشان داده می‌شود.

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A^3}{B} \quad (26e)$$

که g شتاب جاذبه و a ضریب تصحیح انرژی است.

با جاگذاری معادلات 7 و 21 در معادله e26، عمق بحرانی به شکل زیر خواهد بود.

$$h_k = 0.8287 \frac{\sqrt[5]{Q^2 g^4}}{g} \quad (26f)$$

### 3.4 اعتبارسنجی با استفاده از روش بهینه‌سازی عددی

به منظور تأیید نتایج، متغیرهای مورد نظر برای بهینه‌سازی به صورت a، b و c با توجه به معادلات 2 و 7 و 8 هستند.

مدل بهینه‌سازی عددی به شکل زیر است.

$$\text{Minimize } A_t = A_t(B_c, b, h) = \frac{2}{3} B_c h + b h \quad (27a)$$

$$\text{Subject to } \Phi(B_c, b, h) = Q_t - \frac{1}{n} \frac{A_t^{5/3} i^{1/2}}{P_t^{2/3}} = 0 \quad (27b)$$

که Pt از معادله 8 به دست می آید.

از الگوریتم بهینه‌سازی به صورت برنامه‌نویسی درجه 2 ترتیبی (SQP) به منظور تأیید روش حل بالا استفاده شده است. مقادیر اولیه Bc، b و h در محدوده‌ای بین 0/0001 تا 10000 قرار دارند. نشان داده شد که برای هر کدام از این مقادیر، نتایج بهینه‌سازی نهایی به شکل معادلات 19 و 20 هستند.

#### 4. مقایسه با مقطع سهمی گون سنتی

##### 4.1 بهترین مقطع هیدرولیک سهمی گون سنتی

با توجه به شکل 2 معادلات زیر به دست می آیند.

$$A_c = \frac{2}{3} \eta_c h^2 \quad (28a)$$

$$P_c = \frac{1}{8} \left[ 4 \frac{1}{\eta_c} \sqrt{16\eta_c^{-2} + 1} + \ln(4\eta_c^{-1} + \sqrt{16\eta_c^{-2} + 1}) \right] h \eta_c^2 \quad (28b)$$

از معادلات a28 و b28، مساحت و محیط منطقه مرطوب توسط  $\eta_c$  و h در این نوع سطح مقطع به دست می آید. به همین صورت با استفاده از روش ضریب لاگرانژ، شرط موردنظر برای بهترین مقطع هیدرولیک به شکل زیر است.

$$\frac{\partial A_c}{\partial \eta_c} \frac{\partial P_c}{\partial h} = \frac{\partial P_c}{\partial \eta_c} \frac{\partial A_c}{\partial h} \quad (29)$$

از معادلات 27 و 28، مشتقات جزئی زیر حاصل می‌شوند.

$$\frac{\partial A_c}{\partial \eta_c} = \frac{2}{3}h^2, \quad \frac{\partial A_c}{\partial h} = \frac{4}{3}\eta_c h \quad (30a)$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial \eta_c} = -\frac{1}{4}\eta_c [\ln(\eta_c) - \ln(4 + \sqrt{\eta_c^2 + 16})]h \quad (30b)$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial h} = \frac{1}{8} \left[ 4 \frac{1}{\eta_c} \sqrt{16\eta_c^{-2} + 1} + \ln(4\eta_c^{-1} + \sqrt{16\eta_c^{-2} + 1}) \right] \eta_c^2 \quad (30c)$$

با جاگذاری معادله 30 در معادله 29، روابط زیر حاصل می‌شوند.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{12} [-\ln(\eta_c)\eta_c^2 + \ln(4 + \sqrt{\eta_c^2 + 16})\eta_c^2 + \\ & 4\sqrt{\eta_c^2 + 16}]h^2 = -\frac{1}{3}\eta_c^2 [\ln(\eta_c) - \\ & \ln(4 + \sqrt{\eta_c^2 + 16})]h^2 \quad (31) \end{aligned}$$

پس از حل معادله 31، مقدار  $\eta_c$  برای بهترین مقطع هیدرولیک سهمی گون سنتی به دست می‌آید.

$$\eta_c = \frac{B_c}{h} = 2.0555 \quad \text{or} \quad \frac{1}{\eta_c} = \frac{h}{B_c} = 0.4865 \quad (32)$$

با جاگذاری معادله 32 در معادلات 2 و 27 و 28، روابط صریح زیر به دست می‌آیند.

$$a_c = 0.9467h^{-1} \quad (33)$$

$$A_c = 1.3703h^2 \quad (34)$$

$$P_c = 2.9982h \quad (35)$$

با جاگذاری معادلات 34 و 35 در معادله جریان یکنواخت، رابطه بین  $Q_c$  و  $h$  به شکل زیر درمی‌آید.

$$Q_c = 0.8131 \frac{h^{8/3} \sqrt{i}}{n} \quad (36)$$

عمق نرمال آب نیز در سطح مقطع هیدرولیک سنتی به شکل زیر است.

$$h = 1.0807 \left( \frac{Q_c n}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} \quad (37a)$$

با جاگذاری معادله a37 در معادلات 32، 34 و 35، معادلات صریح طراحی به شکل زیر درمی‌آیند.

$$B_c = 2.2213 \left( \frac{Q_c n}{\sqrt{i}} \right)^{3/8}, \quad A_c = 1.6004 \left( \frac{Q_c n}{\sqrt{i}} \right)^{3/4},$$

$$P_c = 3.2401 \left( \frac{Q_c n}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} \quad (37b)$$

## 4.2 بهترین مقطع هیدرولیک دوزنقه‌ای شکل

مشخص شد که نسبت عرض کف به عمق برای بهترین سطح مقطع هیدرولیک دوزنقه‌ای شکل، به صورت  $\frac{b}{h} =$

$24\sqrt{m^2 + 1} - m$  زمانی که  $m = \sqrt{3}/3$ ، تخلیه جریان در حالت حداکثر است. با استفاده از همین روش،

مشخصات بهترین سطح مقطع هیدرولیک دوزنقه‌ای به دست آمده است (جدول 1).

## 4.3 مقایسه مقطع سهمی گون سنتی با مقطع دوزنقه‌ای

با فرض  $\varepsilon = Q_n/\sqrt{i}$ ، مشخصات بهترین مقطع هیدرولیک سهمی گون و مقاطع HBC به صورت جدول 1 است.

جدول 1- مشخصات بهترین مقاطع دوزنقه‌ای، سهمی سنتی و HBC

Section type	$B_c/h$	Shape factor $a$	Normal water depth/m	Water surface width/m	Cross area/m <sup>2</sup>	Wetted perimeter/m
Trapezoid section	$b/h = 1.1547$	$m = \sqrt{3}/3$	$h = 0.9678\varepsilon^{3/8}$	$2.2351\varepsilon^{3/8}$	$1.6224\varepsilon^{3/8}$	$3.3527\varepsilon^{3/8}$
Classic parabolic section	2.0555	$0.9467/h$	$h = 1.0807\varepsilon^{3/8}$	$2.2213\varepsilon^{3/8}$	$1.6004\varepsilon^{3/8}$	$3.2401\varepsilon^{3/8}$
HBC section	1.6439	$1.4801/h$	$h = 0.9937\varepsilon^{3/8}$	$2.1487\varepsilon^{3/8}$	$1.5941\varepsilon^{3/8}$	$3.2084\varepsilon^{3/8}$

## جدول 2- بهترین مقاطع هیدرولیک دوزنقه‌ای، HBP و HBC در مثال 1

Section type	$a$	Bottom width/m	$B_c / m$	Water surface width/m	Cross area/m <sup>2</sup>	Wetted perimeter/m	Discharge
Classic parabolic section	0.6312	0	3.0832	3.0832	3.0832	4.4972	1.3981
HBC section	0.9867	0.7776	2.4659	3.2435	3.6323	4.8430	1.7487

1- سطح جریان آب، محیط مرطوب و عرض سطح آب در مقاطع سهمی گون با کف افقی، کوچک‌تر از حالت سهمی گون سنتی و دوزنقه‌ای، برای میزان تخلیه معین است.

2- نشان داده شد که برای یک سطح مقطع با محیط مرطوب مشخص، تخلیه جریان برای مقاطع HBC بزرگ‌تر از مقاطع سهمی گون و دوزنقه‌ای است.

3- ضرایب  $a$  و  $Bc/h$  در مقاطع HBC و مقطع سهمی گون متفاوت است. در نتیجه، شکل کناره‌های مقطع هیدرولیک به‌طور مستقیم قابل اعمال به مقطع سهمی گون با کف افقی نیست.

### 4.4 کاربردها

مثال 1: یک کانال با کناره‌های سهمی و کف افقی، زبری 0/014، شیب کف 1/15000 و عمق آب 1/5 متر را در نظر بگیرید. بهترین مقطع هیدرولیک و مقادیر  $Q_t$ ،  $P_t$  و  $A_t$  را محاسبه کنید. سپس نتایج را با مقطع سهمی سنتی مقایسه کنید.

الف) نتایج مقطع سهمی گون با کف افقی و کناره‌های سهمی شکل

$$a = 1.4801h^{-1} = 0.9867, \quad B_c = \eta_t h = 2.4659 \text{ m},$$

$$b = \beta_t h = 0.7776 \text{ m}, \quad B_t = B_c + b = 3.2435 \text{ m}$$

با جاگذاری این مقادیر در معادلات 22 تا 25 داریم

$$A_t = 1.6143h^2 = 3.6323 \text{ m}^2 ,$$

$$p_t = 3.2287h = 4.8430 \text{ m} ,$$

$$Q_t = 1.0170h^{8/3} \sqrt{i} n^{-1} = 1.7487 \text{ m}^3 / \text{s}$$

ب) نتایج مقطع سهمی سنتی با جاگذاری این مقادیر در معادلات 32 و 33 به شکل زیر است.

$$a = 0.9467h^{-1} = 0.6312 , \quad B_c = \eta_c h = 3.0832 \text{ m}$$

به طور مشابه با جاگذاری این مقادیر در معادلات 34 تا 36 خواهیم داشت

$$A_c = 3.0832 \text{ m}^2 , \quad p_c = 4.4972 \text{ m} , \quad Q_c = 1.3981 \text{ m}^3 / \text{s}$$

نتایج در جدول 2 آورده شده‌اند.

مثال 2: کانالی با کناره‌های سهمی و کف افقی با زبری 0/012، شیب 1/12000 و جریان 3/2 مترمکعب بر ثانیه را

در نظر بگیرید. حال کانالی را با استفاده از روش بهترین نوع سطح مقطع طراحی کنید.

الف) ابتدا با جاگذاری تخلیه جریان و سایر مقادیر مشخص در معادله a26 و معادلات 19-22، عمق آب و سایر ابعاد

به شکل زیر محاسبه می‌شوند.

$$h = 0.9937 \left( \frac{Qn}{\sqrt{i}} \right)^{3/8} = 1.8742 \text{ m} , \quad b = \beta_t h = 0.9716 \text{ m} ,$$

$$B_c = \eta_t h = 3.0811 \text{ m} , \quad B_t = B_c + b = 4.0527 \text{ m} ,$$

$$a = 1.4801h^{-1} = 0.7897$$

سپس با جاگذاری این مقادیر در معادلات c26 و d26 خواهیم داشت.

$$A_t = 5.6709 \text{ m}^2 , \quad P_t = 6.0513 \text{ m}$$

### جدول 3- بهترین مقطع هیدرولیک ذوزنقه‌ای، HBP و HCP در مثال 2

Section type	Bottom width/m	Water depth/m	Water surface width/m	Cross area/m <sup>2</sup>	Wetted perimeter/m	Remarks
Trapezoid section	2.1078	1.8254	4.2156	5.7715	6.3235	$m = \sqrt{3}/3$
Classic parabolic section	0	2.0383	4.1897	5.6932	6.1111	$a = 0.4645$
HBC section	0.9716	1.8742	4.0527	5.6709	6.0514	$a = 0.7897$

### جدول 4- مشخصات بهترین مقطع هیدرولیک برای انواع مقاطع مختلف

Section type	Water surface width/m	Cross area/m <sup>2</sup>	Wetted perimeter/m
Classic parabolic section	$2.2213\varepsilon^{3/8}$	$1.6004\varepsilon^{3/8}$	$3.2401\varepsilon^{3/8}$
Horizontal-bottomed parabolic section	$2.1487\varepsilon^{3/8}$	$1.5941\varepsilon^{3/8}$	$3.2084\varepsilon^{3/8}$
Rectangular section	$1.8340\varepsilon^{3/8}$	$1.6818\varepsilon^{3/8}$	$3.6680\varepsilon^{3/8}$
Triangular section	$2.5940\varepsilon^{3/8}$	$1.6818\varepsilon^{3/8}$	$3.6680\varepsilon^{3/8}$
Trapezoid section	$2.2351\varepsilon^{3/8}$	$1.6224\varepsilon^{3/8}$	$3.3527\varepsilon^{3/8}$
Semi-cubic	$2.3355\varepsilon^{3/8}$	$1.6213\varepsilon^{3/8}$	$3.3468\varepsilon^{3/8}$
Horizontal-bottomed semi-cubic	$2.1845\varepsilon^{3/8}$	$1.6015\varepsilon^{3/8}$	$3.2456\varepsilon^{3/8}$

ب) نتایج مقطع سهمی گون سنتی با جاگذاری مقادیر مشخص در معادلات a37، 32 و 33 به شکل زیر خواهد بود

$$h = 1.0807 \left( \frac{Qn}{\sqrt{i}} \right)^{2/3} = 2.0384 \text{ m}, \quad B_c = \eta h = 4.1897 \text{ m},$$

$$a = 0.9467h^{-1} = 0.4645$$

با جاگذاری تمامی مقادیر مشخص در معادله b37 خواهیم داشت.

$$A_t = 5.6932 \text{ m}^2, \quad P_t = 6.1111 \text{ m}$$

نتایج در جدول 3 آورده شده‌اند.

نتایج به دست آمده از مسائل بالا نشان داد که با استفاده از روابط صریح می‌توان بهترین مقطع هیدرولیک را طراحی کرد. مقایسه انجام شده در مثال نشان داد که سطح جریان و محیط مرطوب در مقطع HBP کوچک‌تر از مقاطع سهمی سنتی است.

## 5. مقایسه با سایر مقاطع

در حالت مشابه، مشخصات مقاطع ذوزنقه، مستطیل، مثلث، نیم مکعب و نیم مکعب با کف افقی را می‌توان بررسی کرد. مقایسه بین مقطع سهمی گون با کف افقی و سایر مقاطع در جدول 4 آورده شده است. مقایسه‌ها نشان داد که سطح جریان و محیط مرطوب در مقطع HBC کوچک‌ترین در بین مقاطع اشاره‌شده در جدول 4 برای میزان تخلیه مشابه است. به عبارت دیگر میزان تخلیه برای سطح جریان موردنظر، بیشترین مقدار است. هزینه ساخت کانال وابسته به پارامترهای مختلفی است. به‌طور کل می‌توان گفت مقطع HBC یک مقطع به‌صرفه و اقتصادی است.

## 6. نتایج

مشخص کردن بهترین ترکیب از کف افقی و کناره‌های سهمی گون، به‌منظور طراحی این نوع مقطع امری ضروری است. در این مقاله، پارامترهای مقطع و روابط صریح برای بهترین مقطع هیدرولیک به‌دست‌آمده آمده‌اند که برای محاسبه ابعاد کانال مورداستفاده قرار می‌گیرند. نشان داده‌شده که نسبت کف افقی به عمق آب  $b/h$  برابر با  $0/5184$ ، نسبت عرض سطح کلی آب به عمق آب  $Bt/h$  برابر با  $2/1623$  و ضریب تصحیح در عمق آب  $a/h$  برابر با  $1/4801$  است. مقایسه با 9 مقطع دیگر (سهمی سنتی، مستطیل، ذوزنقه، مثلث، نیم مکعب و نیم مکعب با کف افقی) نشان داد که مقطع HBP بیشترین ظرفیت جریان و کوتاه‌ترین محیط مرطوب را دارد. در طرف مقابل، کوچک‌ترین سطح جریان برای همان میزان تخلیه را دارد. مقایسه پارامترهای شکل نشان داد که این پارامترها برای مقاطع سهمی گون و HBC با یکدیگر تفاوت دارند. در نتیجه شکل کناره، به‌طور مستقیم قابل‌اعمال به مقطع سهمی گون با کف افقی نیست.



## References

- [1] Jain A., Bhattacharya R. K., Sanaga S. Optimal design of composite channels using genetic algorithm [J]. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 2004, 130(4): 286-295.
- [2] Chow V. T. Open channel hydraulics [M]. New York, USA: McGraw-Hill, 1959.
- [3] Anwar A. A., Clarke D. Design of hydraulically efficient power-law channels with freeboard [J]. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 2005, 131(6): 560-563.
- [4] Anwar A. A., de Vries T. T. Hydraulically efficient power-law channels [J]. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 2003, 129(1): 18-26.
- [5] Huang C. A., Gong M. F., Chen Z. C. et al. Stable channel shape based on the principle of minimum stream power [J]. *Journal of Hydrodynamics, Ser. A*, 2005, 20(2):189-195 (in Chinese)
- [6] Vatankhah A. R. Semi-regular polygon as the best hydraulic section in practice (generalized solutions) [J]. *Flow Measurement and Instrumentation*, 2014, 38: 67-74.
- [7] Han Y. C. Horizontal bottomed semi-cubic parabolic channel and best hydraulic section [J]. *Flow Measurement and Instrumentation*, 2015, 45: 56-61.
- [8] Wen H., Li F. L. Hydraulic calculation of horseshoe cross-section with flat-bottom [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2013, 29(10): 130-135.
- [9] Babaeyan-Koopaei K., Valentine E. M., Swailes D. C. Optimal design of parabolic-bottomed triangle canals [J]. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 2000, 126(6): 408-411.
- [10] Abdulrahman A. Best hydraulic section of a composite channel [J]. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 2007, 133(6): 695-697.
- [11] Froehlich D. C. Most hydraulically efficient standard lined canal sections [J]. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 2008, 134(4): 462-471.
- [12] Liu H. Y., Zhang X. Y., Sun D. H. et al. Design of optimal hydraulic section and economic practical section for compound canal [J]. *Journal of Water Resources and Water Engineering*, 2006, 17(4): 89-91(in Chinese).
- [13] Lu H. X., Zhou W. B., Liu H. J. Hydraulic characteristics and hydraulic calculation of U-shaped channel [J]. *Journal of Irrigation and Drainage*, 2004, 23(4): 50-52(in Chinese).
- [14] Mohanty P. K., Khatua K. K. Estimation of discharge and its distribution in compound channels [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2014, 26(1): 144-154.
- [15] Han Y. C., Xu Z., Easa S. M. et al. Optimal hydraulic section of ice-covered open trapezoidal channel [J]. *Journal of Cold Regions Engineering*, 2017, 06017001.
- [16] Maleki S. F., Khan A. A. Effect of channel shape on selection of time marching scheme in the discontinuous Galerkin method for 1-D open channel flow [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2015, 27(3): 413-426.
- [17] Mironenko A. P., Willardson L. S., Jenab S. A. Parabolic canal design and analysis [J]. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 1984, 110(2): 241-246.
- [18] Chahar B. R. Optimal design of parabolic canal section [J]. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 2005, 131(6): 546-554.
- [19] Han Y. C., Easa S. M. Superior cubic channel section and analytical solution of best hydraulic properties [J]. *Flow Measurement and Instrumentation*, 2016, 50: 169-177.
- [20] Easa S. M. Improved channel cross section with two-segment parabolic sides and horizontal bottom [J]. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 2009, 135(3): 357-365.
- [21] Chahar B. R. Optimal design of a special class of curvilinear bottomed channel section [J]. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 2007, 133(5): 571-576.