

تشخیص خطای اولیه سنسور مبتنی بر مشاهده گر مد لغزشی با کاربرد در

تجهیزات کششی راه آهن سرعت بالا

چکیده

موضوعی که در این مقاله به آن پرداخته می‌شود، مسائل تشخیص خطای اولیه سنسور برای گروهی از سیستم‌های غیرخطی با عدم قطعیت مشاهده گر غیرمنطبق است. تشخیص خطای منحصر به فرد مبتنی بر مشاهده گر مد لغزشی برای سیستم تکمیلی طراحی شده است که به همراه سیستم اصلی و خطای اولیه سنسور تشکیل است. پارامترهای طراحی شده با استفاده از تکنیک‌های فیلتر خط و LMI استفاده می‌شود تا این اطمینان حاصل شود که باقی مانده‌های تولیدی در برابر عدم قطعیت‌ها مقاوم، و حرکت لغزان با خطا از بین نمی‌رود. سپس سه سطح از آستانه‌های تطبیقی براساس دینامیک‌های مد لغزان مرتبه کاهش یافته پیشنهاد شده است که به طور موثر قابلیت شناسایی خطاهای اولیه سنسور را بهبود می‌بخشد. همچنین مطالعه موردی بر سیستم کششی در خط راه آهن سرعت بالا در چین ارائه شده است و اثربخشی طرح تشخیصی خطای اولیه سنسور را نشان خواهد داد.

کلمات کلیدی: خطای اولیه سنسور، مشاهده گر مد لغزشی، آستانه تطبیقی، تشخیص گسترش خطا

1. مقدمه

سیستم‌های کنترل مدرن به منظور اینکه الزامات روز افزون سطح بالایی از عملکرد را برآورده سازند، پیچیده‌تر شده اند. مهندسين کنترل به صورت فزاینده با سیستم‌های پیچیده‌ای روبرو هستند که در آن هر دو قابلیت اطمینان و

ایمنی بسیار مهم هستند. با این حال، خطاهای اولیه جز مولفه، همچون اثربخشی تلفات الکترولیت در خازن الکترولیتی، فرسودگی مکانیکی و غیره باعث ایجاد تغییراتی می‌شوند و علل ایجاد عملکرد نامطلوب و حتی ناپایداری هستند. این موارد امری مهم برای سیستم‌های حیاتی واقعی و ایمنی مانند هواپیما، فضاپیماها، نیروگاه‌های هسته‌ای، کارخانه‌های شیمیایی با فرایند مواد خطرناک و خط راه‌آهن‌های سریع تلقی می‌شوند. بنابراین تشخیص خطای اولیه و توسعه تکنیک‌های تشخیصی از اهمیت عملی زیادی برخوردار هستند. همچنین مهم‌ترین مسئله عملیات سیستم اطمینان‌پذیر، عمل تشخیص و تاحد امکان جداسازی خطاهای اولیه است، که در واقع می‌تواند اطلاعات کافی به اپراتورها بدهد تا زمان مناسبی برای جلوگیری از حوادث جدی در سیستم مهیا شود.

به طور معمول، خطاهای ناگهانی، ایمنی مربوط به سیستم‌ها را تحت تاثیر قرار می‌دهد، که باید خیلی زود تشخیص داده شوند به اینگونه که با تنظیم مجدد اولیه بتوانیم از حوادث فاجعه بار اجتناب کنیم. چنین خطاهایی اثرات بیشتری بر باقیمانده‌های تشخیصی نسبت به عدم قطعیت مدل‌سازی می‌گذارند، که با انتخاب آستانه‌های مناسب آن‌ها را می‌توانیم تشخیص دهیم. در نهایت، خطاهای اولیه رابطه نزدیکی با مسائل تعمیر و نگهداری دارند و تشخیص زود هنگام تجهیزات فرسوده ضروری است. در این مورد، دامنه خطاهای آغازین به طور معمول کوچک است. بنابراین در تشخیص با چالش‌هایی در زمینه تکنیک‌های FDI مبتنی بر مدل با توجه به ترکیب تفکیک ناپذیر بین خطای اولیه و عدم اطمینان مدل سازی روبرو هستیم که در این مقاله ارائه می‌شود. بنابراین مهم است که رباستنس مانده را برای عدم قطعیت سیستم بهبود بخشیم و آستانه بسیار مناسبی انتخاب کنیم تا قابلیت شناسایی مکانیزم تشخیص خطا نیز بهبود یابد.

در چند دهه گذشته، روش‌های متعددی برای ارتقای رباستنس در تشخیص خطا مبتنی بر مشاهده گر همچون جداسازی ورودی ناشناخته [1-4]، طرح‌های H1 و H2 بهینه [8-5]، اطلاعات مجموع خطای اندازه‌گیری باقیمانده [9] و روش پیش بینی [10] پیشنهاد شده است. تشخیص خطا برای طرح‌های سوییچینگ [11، 12] و فرایندهای تولید نیمه هادی‌ها [13] نیز پیشنهاد شده است، از شرایط عمومی موجود در [2] مشخص شده است که یک ژنراتور باقیمانده کاملاً از ورودی ناشناخته جدا شده است، و این مقوله تنها زمانی ممکن است که سیگنال خروجی کافی در

دسترس باشد. غیر از رویکرد جداسازی، ژنراتورهای باقی مانده مقاوم در زمینه تعادل بین رباستنس در برابر اغتشاشات و حساسیت به خطاها طراحی شده اند [5]. هنگامی که جداسازی کامل امکان پذیر نیست، توابع تصمیم‌گیری که توسط باقی مانده تعیین شده اند بوسیله ورودی‌های ناشناخته مخدوش خواهند شد. روش معمول برای ارزیابی توابع تصمیم‌گیری، تعریف آستانه‌های مناسب است، که توابع تصمیم‌گیری بوسیله این آستانه‌ها مقایسه می‌شوند [1]. بنابراین، انتخاب باقی‌مانده های رباستنس و آستانه‌های مناسب دو عامل مهم برای بهبود قابلیت شناسایی مکانیزم تشخیص خطای اولیه است.

در طی دهه‌های گذشته، مشاهده‌گرهای مدل‌غزان بصورت گسترده برای FDI استفاده می‌شود [14-22]. در رفرنس [14] از یک مشاهده‌گر لغزان برای تشخیص خطاها با ایجاد اغتشاش در حرکت لغزان استفاده کرد که یک مسئله دشوار است و انگیزه‌های زیادی برای تحقیق در این زمینه ایجاد شد. مفهوم تزریق معادل خروجی در منابع [15-19]، به منظور تشخیص و جداسازی خطا از جمله خطای سنسور و خطای محرک استفاده شد. در [18]، عدم قطعیت‌ها و اغتشاش مدنظر قرار گرفته شده است، که در فرض [23] ماتریس‌های توزیع عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات مدل‌سازی نیازمند عدم قطعیت تطبیق یافته است. همچنین پژوهش مرجع [17] که در زمینه عدم قطعیت غیرتطبیقی بود، براساس مقوله مقاوم H^∞ برای ارتقای رباستنس است. براساس ساختارهای مختلفی از ماتریس توزیع خطاها و عدم اطمینان، [20، 22]، مشاهده‌گر لئونبرگر با مشاهده‌گر مدل‌غزشی به منظور تشخیص خطا ترکیب می‌شوند که در این صورت به جداسازی کامل میان خطاها و عدم قطعیت‌ها نیاز وجود دارد. بنابراین چارچوب FDI مبتنی بر چارچوب مدل‌غزشی در مرجع [17]، عمدتاً بر طراحی ژنراتور باقی مانده مقاوم تمرکز کرده بود تا تعادلی میان رباستنس علیه اغتشاشات و حساسیت به خطا ایجاد شود. در واقع، با انتخاب آستانه مناسب، قابلیت شناسایی بهبود می‌یابد و آستانه تطبیقی نیز شهودی است (مرجع [24] را مشاهده کنید). بنابراین طراحی آستانه تطبیقی مبتنی بر مشاهده‌گرهای مدل‌غزشی در دسترس نیست.

در این مقاله، یک مشاهده‌گر مدل لغزشی غیرخطی با سطح لغزان طراحی شده نوین برای تشخیص اولیه خطا پیشنهاد شده است. به طور خاص، پارامترهای مشاهده‌گر براساس گین L2 طراحی شده اند، و رباستنس باقیمانده را

نسبت به عدم قطعیت تضمین می‌کند. هم زمان، آستانه‌های تطبیقی مناسب، براساس حرکت لغزان مرتبه کاهش یافته حاصل می‌شود، که به‌طور موثر قابلیت شناسایی خطای اولیه سنسور را بهبود می‌بخشد. علاوه براین، سطوح مختلف در طرح‌های تصمیم‌گیری مبتنی بر تشخیص گسترش خطای اولیه سنسور پیشنهاد شده است. ساختار اصلی این مقاله به صورت زیر است:

- یک چارچوب مشاهده‌گر مد لغزشی FDI نوین برای دستیابی به آستانه‌های تطبیقی مناسب به منظور بهبود قابلیت شناسایی خطای اولیه پیشنهاد شده است.
- طراحی توسعه یافته تشخیصی خطای اولیه سنسور مورد مطالعه قرار گرفته و سطوحی از تصمیمات تشخیصی پیشنهاد شده است.

ادامه مطالب این مقاله به صورت زیر است: در بخش دوم، مقدمات و فرضیه‌ها ارائه شده است، در بخش سه مشاهده‌گر مد لغزشی FDE با پارامترهای مشاهده‌گر براساس تکنیک‌های فیلتر خطی و LMI طراحی شده است. در بخش چهارم، آستانه‌های تطبیقی خطای سنسور (برای خطا، خرابی) طراحی شده‌اند، و تصمیمات تشخیصی برای خطاهای گسترش یافته سنسور بصورت پیوسته تکه ای انجام می‌شود. در بخش پنجم، مطالعه موردی برنامه مبتنی بر یک سیستم کششی در CRH (خط راه آهن سرعت بالا در چین) برای ارائه نتایج بررسی شده است. در بخش ششم نتیجه گیری انجام می‌شود.

2. فرمول بندی مسائل

2.1 توصیف سیستم و مدل سازی خطای سنسور

یک کلاس از سیستم‌های خطی سنسور به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + g(x, u) + \eta(x, u, \omega, t), \\ y &= Cx + Ff(x, u, t),\end{aligned}\tag{1}$$

به طوری که x بردار حالت، u کنترل، ω نشان دهنده بردار اغتشاش خارجی و $f: R^n \times R \rightarrow R^q$ بردار هموار غیرخطی نشان دهنده خطای سنسور است. $g(x, u): R \times R^m \rightarrow R^n$ بیانگر بردار هموار شناخته شده و $\eta(x, u, \omega, t): R^n \times R^m \times R^h \times R \rightarrow R^n$ بردار هموار غیرخطی، نشان دهنده اغتشاش متمرکز که یک مفهوم تعمیم یافته از جمله اغتشاش خارجی، دینامیک غیر مدل شده، تغییرات پارامتر و دینامیک غیرخطی پیچیده است. ماتریس های $A \in R^{n \times n}, C \in R^{p \times n}, F \in R^{p \times q}$ شناخته شده که با C ، ردیف سطری کامل و با F ستون سطری کامل می شوند.

فرض می کنیم که $n \geq p \geq q$ بدون تلفات کلی است، در این صورت خروجی های سیستم (1) مجددا مرتب می شوند (و در صورت لزوم مقیاس بندی) بنابراین ماتریس F دارای ساختار زیر است:

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ I_q \end{bmatrix}. \quad (2)$$

یک لم برای سیگنال های پیوسته تکه ای به منظور ایجاد مدل دینامیک دیفرانسیلی بصورت زیر است:

لم 1 (سایف و گوان). برای هر تابع بردار تکه ای پیوسته $f: R^+ \rightarrow R^q$ و یک ماتریس $q \times q$ پایدار

$$(A_a, D_a, C_a), \text{ یک بردار ورودی } \xi \in R^q \text{ وجود دارد به طوری که } \dot{f} = A_f f + \xi \text{ است.}$$

براساس روش توسعه یافته و گسترش خطای اولیه که در [26,28] آنالیز شد، در این مقاله خطای اولیه سنسور $f(t)$ که صورت زیر مدل شده است را در نظر می گیریم:

$$\dot{f} = A_f f + \xi(x, u, t), \quad f(0) = 0, \quad (3)$$

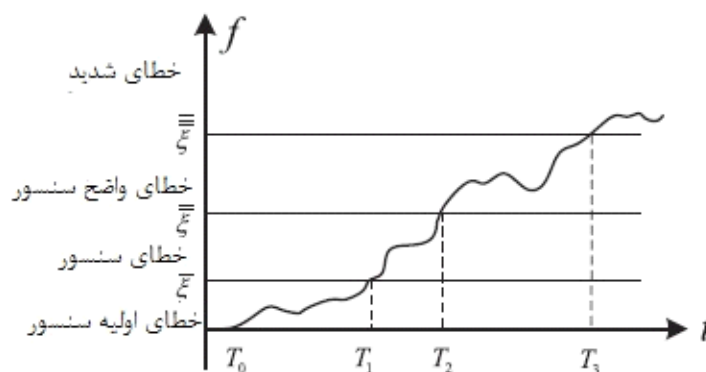
به طوری که A_f ماتریس پایدار با ابعاد مناسب و $\xi = [\xi_1^T, \dots, \xi_q^T]^T$ یک بردار ناشناخته هستند. تبدیل لاپلاس

معادله (3) را در نظر بگیرید، بدیهی است که در حوزه فرکانسی، $f(s) = (sI - A_f)^{-1} \xi$ نشان می دهد که سیگنال

خطای f توسط $\xi(x, u, t)$ به طور کامل تعیین می شود. لازم به ذکر است که A_f پارامتر طراحی شده نیست.

چنین کلاسی از خطاهای اولیه در [26,28] مورد بررسی قرار گرفته اند.

به طور کلی، دامنه‌های خطاهای اولیه کوچک هستند. با گذشت زمان، خطاهای اولیه احتمالا گسترش یابند و دامنه‌ی آن‌ها بزرگتر از خطاهای اولیه شوند. اگر هیچ اقدام انجام نشود، خطاها بصورت پیوسته در شکست کامل می‌شود، به این معنی که سیگنال‌های خروجی اندازه‌گیری شده، بی معنی هستند. خطای اولیه سنسور به طور پیوسته همان‌طور که در شکل 1 می‌بینید گسترش یافته است.



شکل 1- فرایند گسترش خطاهای اولیه سنسور

برای سیگنال‌های خطای گسترش یافته و پیوسته f در سیستم (1)، می‌توانیم آن را به سه مرحله تقسیم کنیم: خطای اولیه سنسور، خطای سنسور و خرابی سنسور. باتوجه به شکل 1، عبارات زیر داده می‌شود:

خطای اولیه سنسور، $0 < \|\xi(x, u, t)\| < \bar{\xi}$ خرابی سنسور، $\bar{\xi} < \|\xi(x, u, t)\| < \infty$ خطای واضح سنسور و $\infty < \|\xi(x, u, t)\| < \infty$ خرابی

سنسور نامیده می‌شوند، که می‌توانیم خطای سنسور را به خطای واضح سنسور و خطای شدید سنسور تقسیم کنیم،

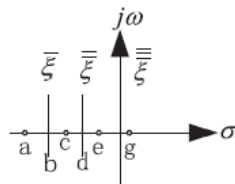
و همچنین $\bar{\xi} < \|\xi(x, u, t)\| < \infty$ خطای واضح سنسور نامیده می‌شود. علاوه براین، چهار ثابت زمانی

شده اند، نشان‌دهنده زمانی هستند که خطای اولیه سنسور رخ می‌دهد، به ترتیب زمان گسترش T_0, T_1, T_2, T_3

خطای اولیه سنسور به خطای سنسور (یعنی زمانی که $\bar{\xi}$ فراتر از $\bar{\xi}$ برود)، و زمان گسترش خطای اولیه سنسور به

خرابی سنسور (یعنی هنگامی که ∞ فراتر از ∞ برود).

تبصره 1: برای مولفه مکانیکی همچون فرسودگی، سایش و خازن های الکترولیتی، $\bar{\xi}$ و $\bar{\xi}$ و $\bar{\xi}$ نشان دهنده سطوح مختلف آسیب است که با داده های آماری و یا تجربی بدست می آیند و برای برخی خطاهای گسترش یافته باتوجه به الزامات سطح عملکرد سیستم حاصل می شود. یک مثال از سیستم حلقه بسته فیدبک در حالت خطی با یک قطب در $\forall (x_a, y, u, \omega) \in x_a \times y \times u \times \omega. \forall t > 0$ در شکل 2 رسم شده است که نشان دهنده چگونگی انتخاب مرزها است. فرض می کنیم پس از اینکه خطای اولیه سنسور رخ دهد، عملکرد سیستم خطی دچار مشکل می شود و قطب قرار گرفته به جهت سمت راست خط S_p می رود. همان طور که در شکل 2 نشان داده شده است، هنگامی که عملکرد سیستم خطی در سطحی که قطب $\delta = b$ است، دچار مشکل می شود، مقدار $\bar{\xi}(0) = \bar{\xi}$ حاصل می شود. همچنین هنگامی که عملکرد سیستم خطی در سطحی که قطب $\delta = d$ است، دچار مشکل می شود، مقدار $\bar{\xi}(0) = \bar{\xi}$ حاصل می شود. علاوه بر این هنگامی که سیستم خطی پایداری مرزی است، قطب برابر با صفر و مقدار $\bar{\xi}(.) = \bar{\xi}$ است.



2.2 مقدمات و فرضیات

سیستم (1) با خروجی y را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = Cx + Ff(x, u, t), C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 \\ I_q \end{bmatrix}, \quad (4)$$

به طوری که داریم:

$$C_1 \in \mathcal{R}^{(p-q) \times n} \text{ and } C_2 \in \mathcal{R}^{q \times n}$$

از (4) و سیستم (1)، خطاهای اولیه سنسور (3) را میتوانیم به فرم زیر نمایش دهیم:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{f} \end{bmatrix}}_{\dot{x}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_f \end{bmatrix}}_{A_a} \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} g(x, u, t) \\ 0 \end{bmatrix}}_{g_a(x_a, u, t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \eta(x, u, \omega, t) \\ 0 \end{bmatrix}}_{\eta_a(x_a, u, \omega, t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ I_q \end{bmatrix}}_{D_a} \xi_a(x_a, u, t), y = \underbrace{[C, F]}_{C_a} \begin{bmatrix} x \\ f \end{bmatrix}, \quad (5)$$

که در آن:

$$x_a := (x, f), \quad A_a \in \mathcal{R}^{(n+q) \times (n+q)}, \quad C_a \in \mathcal{R}^{p \times (n+q)}$$

و

$$D_a \in \mathcal{R}^{(n+q) \times q}$$

با C_a رتبه سطری کامل و با D_a رتبه ستونی کامل می شود. توجه داشته باشید که سه گانه (A_a, D_a, C_a) درجه

نسبی ذاتی است به گونه ای که $C_a D_a = I_q$ و رنک (D_a) برابر با q است. در حقیقت در درجه نسبی، یک تبدیل

مختصاتی T1 وجود دارد بطوری که تلفات کلی سیستم (1) به فرم زیر تبدیل می شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_{a11}x_1 + A_{a12}x_2 + g_{a1}(x_a, u, t) + \eta_{a1}(x_a, u, \omega, t), \\ \dot{x}_2 &= A_{a21}x_1 + A_{a22}x_2 + g_{a2}(x_a, u, t) + \eta_{a2}(x_a, u, \omega, t) + D_{a2}\xi(x, u, t), \\ y &= C_{a2}x_2, \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن داریم :

$$x_a = \text{col}(x_1, x_2), \quad x_1 \in \mathcal{R}^{n+q-p}, \quad x_2 \in \mathcal{R}^p,$$

و البته $A_{a11}, A_{a12}, A_{a21}, A_{a22}, D_{a2}, C_{a2}, g_{a2}(\cdot), \eta_{a2}(\cdot)$ برحسب مرجع [31] حاصل می شوند. علاوه براین C_{a2}

ناتکین است.

فرضیه 1: سه گانه (A_a, D_a, C_a) مینیمم فاز است (صفرهای ثابت (اگرهر) سه گانه (A_a, D_a, C_a) در نیمه

سمت چپ صفحه باشد.

تبصره 2: فرضیه 1 برای طراحی مشاهده‌گر مد لغزشی در سیستم‌های با ورودی ناشناخته ضروری است [15,17,31]. همانطور که در مرجع [36] ارائه شده است، مدهای غیرقابل مشاهده یک جفت (A,C)، صفرهای ثابت سه گانه (A_a, D_a, C_a) هستند. بنابراین به منظور بررسی فرضیه 1، تنها نیاز است، مدهای غیرقابل مشاهده جفت (A,C) را بیابیم و بررسی کنیم آیا همه مدهای غیرقابل مشاهده در نیمه سمت چپ صفحه است یا خیر؟

3. طراحی مشاهده‌گر مد لغزان FDE

در این بخش، مشاهده‌گر مد لغزان با سطح لغزان طراحی شده به صورت FDE (تخمین گر تشخیص خطا) به منظور اینکه تضمین کنیم گین L_2 از عدم قطعیت‌ها تا خطاهای تخمین خروجی مینیم شوند، را طراحی خواهیم کرد. هر دو سیستم معیوب و سالم، قبل از گسترش خطای اولیه تا میزان خطای شدید (یعنی $\bar{\xi} > \xi$) وارد سطح لغزان می‌شوند.

از مرجع [18]، تبدیل‌های خطی T دیگری وجود دارد که به صورت زیر توصیف می‌شوند:

$$T = \begin{bmatrix} I_{n+q-p} & L \\ 0 & I_q \end{bmatrix} \quad (7)$$

و با $L_1 \in \mathcal{R}^{(n+q-p) \times (p-q)}$ ، به طوری که $L = [L_1, 0] \quad \hat{A}_{a11} = A_{a11} + LA_{a21}$

پایدار است، و همچنین عبارات زیر برقرار هستند:

$$\hat{A}_{a12} = (A_{a11} + LA_{a21})L + (A_{a12} + L\bar{A}_{a22}),$$

$$\hat{g}_{a1} = g_{a1} + Lg_{a2} = [I_{n+q-p}, L]g_a, \eta_{a1} = L\eta_{a2} = [I_{n+p-q}, L]\eta_a \quad \text{و}$$

بنابراین در مختصات جدید $Z = Tx_a$ ، سیستم (6) به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= \hat{A}_{a11}z_1 + \hat{A}_{a12}z_2 + \hat{g}_{a1}(T^{-1}z, u, t) + \hat{\eta}_{a1}(T^{-1}z, u, \omega, t), \\
\dot{z}_{21} &= A_{a21}^1z_1 + A_{a22}^{11}z_{21} + A_{a22}^{12}z_{22} + g_{a2}^1(T^{-1}z, u, t) + \eta_{a2}^1(T^{-1}z, u, \omega, t), \\
\dot{z}_{22} &= A_{a21}^2z_1 + A_{a22}^{21}z_{21} + A_{a22}^{22}z_{22} + g_{a2}^2(T^{-1}z, u, t) \\
&\quad + \eta_{a2}^2(T^{-1}z, u, \omega, t) + D_{a22}\xi(T^{-1}z, u, t), \\
y &= C_{a21}z_{21} + C_{a22}z_{22},
\end{aligned} \tag{8}$$

فرضیه 2- عدم قطعیت‌های مدل‌سازی، $\eta_{a1}(\cdot)$ در (5) و $\eta_{a2}(\cdot)$ در (6)، عبارت $\forall (x_a, y, u, \omega) \in x_a \times y \times u \times w, \forall t > 0$ برقرار است.

$$\begin{aligned}
\|\eta_a(x_a, u, \omega, t)\| &\leq \bar{\eta}, \|\eta_{a1}(x_a, u, \omega, t)\| \leq \bar{\eta}_1(y, u, t), \\
\|\eta_{a2}(x_a, u, \omega, t)\| &\leq \bar{\eta}_2(y, u, t)
\end{aligned} \tag{9}$$

جایی که $\bar{\eta}$ ثابت شناخته شده، $\bar{\eta}_1(\cdot), \bar{\eta}_2(\cdot)$ توابع شناخته شده، و عبارات زیر مجموعه فشرده هستند

$$\mathcal{X}_a \subset \mathcal{R}^{n+q}, \mathcal{W} \subset \mathcal{R}^h, \mathcal{U} \subset \mathcal{R}^m \text{ and } \mathcal{Y} \subset \mathcal{R}^p$$

فرضیه 3- ترم‌های شناخته شده $g_{a1}(x_a, u, t)$ و $g_{a2}(x_a, u, t)$ لپیشیز یکنواخت در $u \in \mathcal{U}$, i.e., $x_a, \hat{x}_a \in \mathcal{X}_a$ هستند.

$$\begin{aligned}
\|g_{a1}(x_a, u, t) - g_{a1}(\hat{x}_a, u, t)\| &\leq \mathcal{L}_1 \|x_a - \hat{x}_a\|, \\
\|g_{a2}(x_a, u, t) - g_{a2}(\hat{x}_a, u, t)\| &\leq \mathcal{L}_2 \|x_a - \hat{x}_a\|,
\end{aligned} \tag{10}$$

به طوری که $\mathcal{L}_1$ و $\mathcal{L}_2$ ثابت‌های لپیشیز شناخته شده به ترتیب برای $g_{a1}(x_a, u, t)$ و $g_{a2}(x_a, u, t)$ هستند.

تبصره 3- در فرضیه لازم است که کران عدم قطعیت‌های حاضر در (5) و (6) شناخته شده باشد، که در واقع به منظور کسب آستانه‌های مناسب بسیار مهم است [34 و 35]. در این مقاله هیچ محدودیتی بر ماتریس‌های توزیع عدم قطعیت‌ها و خطاها وجود ندارد. بنابراین در برخی روش‌های تشخیصی خطاهای مبتنی بر مشاهده‌گرهای مد لغزان در [20 و 22]، شرایط اضافی بر ماتریس‌های توزیع به منظور خطاهای جداسازی و عدم قطعیت‌ها به طور کامل ضروری است.

از آنجایی که z_2 شناخته شده است، از آن می‌توانیم به صورت مشاهده گر ایجاد شده استفاده کنیم. سپس با نمایش عبارت زیر:

$$\bar{z} = \text{col}(\hat{z}_1, C_{a2}^{-1}y),$$

مشاهده گر مد لغزشی سیستم (8) به صورت زیر انتخاب می شوند:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}_1 &= \hat{A}_{a11}\hat{z}_1 + \hat{A}_{a12}C_{a2}^{-1}y + \hat{g}_{a1}(T^{-1}\bar{z}, u, t), \\ \dot{\hat{z}}_{21} &= A_{a21}^1\hat{z}_1 + A_{a22}^{11}\hat{z}_{21} + A_{a22}^{12}\hat{z}_{22} + g_{a2}^1(T^{-1}\bar{z}, u, t) \\ &\quad + K_{11}([I_{p-q}, 0]C_{a2}^{-1}y - \hat{z}_{21}) + K_{12}([0, I_q]C_{a2}^{-1}y - \hat{z}_{22}) + \nu, \\ \dot{\hat{z}}_{22} &= A_{a21}^2\hat{z}_1 + A_{a22}^{21}\hat{z}_{21} + A_{a22}^{22}\hat{z}_{22} + g_{a2}^2(T^{-1}\bar{z}, u, t) \\ &\quad + K_{21}([I_{p-q}, 0]C_{a2}^{-1}y - \hat{z}_{21}) + K_{22}([0, I_q]C_{a2}^{-1}y - \hat{z}_{22}), \\ \hat{y} &= C_{a21}\hat{z}_{21} + C_{a22}\hat{z}_{22}\end{aligned}\quad (11)$$

که در آن K_{11} و K_{22} طوری انتخاب می شوند که عبارت زیر پایدار باشد:

$$A_{a22}^{11} - K_{11} \text{ and } A_{a22}^{22} - K_{22}$$

و از مرجع [18]، k_{21} هیچ اثری بر پایداری مشاهده گر ندارد، و می تواند هر ماتریسی با بعد مناسب باشد. تابع V به

صورت زیر تعریف می شود:

$$\nu = M(\cdot)\text{sgn}([I_{p-q}, 0]C_{a2}^{-1}y - \hat{z}_{21}) \quad (12)$$

که در آن $M(\cdot)$ تابع اسکالر مثبتی است که باید تعیین شود.

عبارات زیر را در نظر بگیرید:

$$e_1 = z_1 - \hat{z}_1, \quad e_{21} = z_{21} - \hat{z}_{21} \quad \text{and} \quad e_{22} = z_{22} - \hat{z}_{22}.$$

آنگاه از (8) و (11)، قبل از اینکه خطاهای اولیه سنسور رخ دهد (یعنی $T > t$)، دینامیک خطای تخمین حالت به

صورت زیر توصیف می شود:

$$\dot{e}_1 = \hat{A}_{a11} e_1 + \hat{g}_{a1}(T^{-1}z, u, t) - \hat{g}_{a1}(T^{-1}\bar{z}, u, t) + \hat{\eta}_{a1}(T^{-1}z, u, \omega, t), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_{21} = & A_{a21}^1 e_1 + (A_{a22}^{11} - K_{11}) e_{21} + (A_{a22}^{12} - K_{12}) e_{22} \\ & + g_{a2}^1(T^{-1}z, u, t) - g_{a2}^1(T^{-1}\bar{z}, u, t) + \eta_{a2}^1(T^{-1}z, u, \omega, t) - \nu, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_{22} = & A_{a21}^2 e_1 + (A_{a22}^{21} - K_{21}) e_{21} + (A_{a22}^{22} - K_{22}) e_{22} \\ & + g_{a2}^2(T^{-1}z, u, t) - g_{a2}^2(T^{-1}\bar{z}, u, t) + \eta_{a2}^2(T^{-1}z, u, \omega, t), \end{aligned} \quad (15)$$

$$e_y = C_{a21} e_{21} + C_{a22} e_{22}. \quad (16)$$

توجه داشته باشید که:

$$T^{-1}z - T^{-1}\bar{z} = \begin{bmatrix} I_{n+q-p} & L \\ 0 & I_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 - \hat{z}_1 \\ z_2 - C_{a2}^{-1}y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

برای دینامیک های خطا (13)-(16)، سطح لغزان بصورت زیر انتخاب می شوند:

$$S = \{(e_1, e_{21}, e_{22}) : e_{21} = 0\}. \quad (18)$$

تبصره 4. در [34و35]، خطاهای تخمین خروجی e_y (شامل e_{21} و e_{22}) به عنوان مانده ها انتخاب می شوند. بنابراین از دینامیک های خطای (13)-(16)، می توانیم مشاهده کنیم که e_{22} به صورت مستقیم اطلاعات خطا را منعکس می کنند، e_1 و e_{21} اطلاعات خطا را بصورت غیرمستقیم از طریق e_{22} منعکس می کنند. بنابراین تنها e_{22} به عنوان مانده انتخاب می شوند، که می توانیم نتایج مشابهی در مقایسه با e_y در مراجع [34و35] حاصل می شود. در واقع با انتخاب e_{22} به عنوان مانده، طراحی آستانه تطبیقی مناسب به منظور بهبود قابلیت تشخیص تسهیل می یابد.

تبصره 5- در [15، 16، 18، 30]، ابرصفحه $e_y=0$ به عنوان سطح لغزان انتخاب می شود، که در آن خطاها به طور کامل توسط تابع حذف خروجی هم ارز، رد می شوند. در این مقاله، براساس سطح لغزان انتخابی، خطاها با تابع حذف بصورت گسسته طراحی شده V در (12) رد نمی شوند، که تولید مانده ها را برای تشخیص خطا تسهیل می بخشد. بنابراین آستانه های تطبیقی طراحی شده به دلیل حرکت لغزان با مرتبه کاهش یافته مناسب تر از آستانه های تطبیقی در [34و35] هستند.

سپس نتایج زیر حاصل می‌شوند.

گزاره 1- تحت فرض 1-3، حرکت لغزان سیستم (13)-(16) بدون عدم قطعیت‌های متمرکز $\hat{\eta}_{a1}, \eta_{a2}^2$ مرتبط با

سطح (18) پایدار است اگر شرایط زیر رقم خورد: اگر $k_{21} = A_{a22}^{21}$ باشد و ماتریس‌های SPD به نام P1 و P2 وجود

داشته باشند، L تعریف شده در (7)، و k_{22} برای ثابت‌های مثبت داده شده $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \gamma, L1, L2$ (ثابت‌های لپیشیز

برای $g_{a1}(x_a, u, t)$ و $g_{a2}(x_a, u, t)$ با توجه به x_a به طوری که ماتریس نابرابری به صورت زیر شود:

$$\begin{aligned} & \left(\bar{P}_1 \bar{A}_1 + \bar{A}_1^T \bar{P}_1^T \right) + \frac{1}{\varepsilon_1} \bar{P}_1 \bar{P}_1^T + \varepsilon_1 (\mathcal{L}_a)^2 I_{n+q-p} + \varepsilon_2 (\mathcal{L}_2)^2 I_{n+q-p} \\ & + \frac{1}{\gamma^2} P_1 P_1 + \frac{1}{\gamma^2} P_1 L L^T P_1 + \varepsilon_3 A_{a21}^{2T} A_{a21}^2 < 0, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\left(P_2 \bar{A}_2 + \bar{A}_2^T P_2^T \right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\gamma^2} \right) P_2^2 + C_{a22}^T C_{a22} < 0 \quad (20)$$

سپس عبارت زیر قابل حل است:

$$\mathcal{L}_a = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2$$

به طوری که:

$$\bar{P}_1 := P_1 [I_{n+q-p}, L], \quad \bar{A}_1 := \begin{bmatrix} A_{a11} \\ A_{a21} \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_2 := A_{a22}^{22} - K_{22}. \quad (21)$$

علاوه براین، با عدم عدم قطعیت‌های متمرکز $\hat{\eta}_{a1}, \eta_{a2}^2$ ، تحت فرضیه 2، سیستم‌های خطای (13)-(15) ISS

هستند (ورودی به پایداری حالت)، و گین L2 از $\hat{\eta}_{a1}(\cdot), \eta_{a2}^2(\cdot)$ به e22 در عبارت زیر صدق می‌کند:

$$\int_0^t e_{22}^T C_{a22}^T C_{a22} e_{22} d\tau \leq \gamma^2 \int_0^t (\eta_{a1}^T \eta_{a1} + 2\eta_{a2}^{2T} \eta_{a2}^2) d\tau + \epsilon \quad (22)$$

ϵ بعداً تعریف خواهد شد.

اثبات

تابع کاندیدای لیاپانوف را در نظر بگیرید

$$V = e_1^T P_1 e_1 + e_{22}^T P_2 e_{22}. \quad (23)$$

هنگامی که $K_{21} = A_{a22}^{21}$ ، مشتق زمان V در طول مسیر سیستم‌های (13) تا (15) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e_1^T \left(P_1 (A_{a11} + LA_{a21}) + (A_{a11} + LA_{a21})^T P_1 \right) e_1 \\ & + 2e_1^T P_1 [I_{n+q-p}, L] \left(g_a(T^{-1}z, u, t) - g_a(T^{-1}\bar{z}, u, t) \right) \\ & + 2e_1^T P_1 \eta_{a1}(\cdot) + 2e_1^T P_1 L \eta_{a2}(\cdot) \\ & + e_{22}^T \left(P_2 (A_{a22}^{22} - K_{22}) + (A_{a22}^{22} - K_{22})^T P_2 \right) e_{22} + 2e_{22}^T P_2 A_{a21}^2 e_1 \\ & + 2e_{22}^T P_2 \left(g_{a2}^2(T^{-1}z, u, t) - g_{a2}^2(T^{-1}\bar{z}, u, t) \right) + 2e_{22}^T P_2 \eta_{a2}^2(\cdot). \end{aligned}$$

توجه داشته باشید که از $\mathcal{L}_a = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2$ ،
 میتوانیم به عبارت زیر دست یابیم:

$$\begin{aligned} & \|g_a(T^{-1}z, u, \\ & t) - g_a(T^{-1}\bar{z}, u, t)\| \leq \|g_{a1}(T^{-1}z, u, t) - g_{a1}(T^{-1}\bar{z}, u, t)\| + \|g_{a2} \\ & (T^{-1}z, u, t) - g_{a2}(T^{-1}\bar{z}, u, t)\| \leq \mathcal{L}_1 \|T^{-1}z - T^{-1}\bar{z}\| + \mathcal{L}_2 \|T^{-1}z - \\ & T^{-1}\bar{z}\| = \mathcal{L}_a \|T^{-1}z - T^{-1}\bar{z}\| = \mathcal{L}_a \|e_1\|, \end{aligned}$$

سپس نابرابری شناخته شده، برای هر اسکالر مثبت از عبارت زیر پیروی می

کند:

$$\begin{aligned}
& \dot{V} + e_{22}^T C_{a22}^T C_{a22} e_{22} - \gamma^2 (\eta_{a1}^T \eta_{a1} + 2\eta_{a2}^{2T} \eta_{a2}^2) \\
& = e_1^T \left(\bar{P}_1 \bar{A}_1 + \bar{A}_1^T \bar{P}_1^T \right) e_1 + \frac{1}{\varepsilon_1} e_1^T \bar{P}_1 \bar{P}_1^T e_1 + \varepsilon_1 (\mathcal{L}_a)^2 e_1^T e_1 + \varepsilon_2 (\mathcal{L}_2)^2 e_1^T e_1 \\
& \quad + \frac{1}{\gamma^2} e_1^T P_1 P_1 e_1 - \left(\gamma \eta_{a1} - \frac{1}{\gamma} e_1^T P_1 \right) \left(\gamma \eta_{a1} - \frac{1}{\gamma} e_1^T P_1 \right)^T \\
& \quad + \frac{1}{\gamma^2} e_1^T P_1 L L^T P_1 e_1 - \left(\gamma \eta_{a2} - \frac{1}{\gamma} e_1^T P_1 L \right) \left(\gamma \eta_{a2} - \frac{1}{\gamma} e_1^T P_1 L \right)^T \\
& \quad + e_{22}^T \left(P_2 \bar{A}_2 + \bar{A}_2^T P_2^T \right) e_{22} + \frac{1}{\varepsilon_2} e_{22}^T P_2 P_2 e_{22} + \frac{1}{\varepsilon_3} e_{22}^T P_2 P_2 e_{22} \\
& \quad + \varepsilon_3 e_1^T A_{a21}^{2T} A_{a21}^2 e_1 + e_{22}^T C_{a22}^T C_{a22} e_{22} + \frac{1}{\gamma^2} e_{22}^T P_2 P_2 e_{22} \\
& \quad - \left(\gamma \eta_{a22}^2 - \frac{1}{\gamma} e_{22}^T P_2 \right) \left(\gamma \eta_{a22}^2 - \frac{1}{\gamma} e_{22}^T P_2 \right)^T. \tag{24}
\end{aligned}$$

سپس

$$\begin{aligned}
& \dot{V} + e_{22}^T C_{a22}^T C_{a22} e_{22} - \gamma^2 (\eta_{a1}^T \eta_{a1} + 2\eta_{a2}^{2T} \eta_{a2}^2) \\
& \leq e_1^T \left(\left(\bar{P}_1 \bar{A}_1 + \bar{A}_1^T \bar{P}_1^T \right) + \frac{1}{\varepsilon_1} \bar{P}_1 \bar{P}_1^T + \varepsilon_1 (\mathcal{L}_a)^2 I_{n+q-p} + \varepsilon_2 (\mathcal{L}_2)^2 I_{n+q-p} + \frac{1}{\gamma^2} P_1 P_1 \right) e_1 \\
& \quad + e_1^T \varepsilon_3 A_{a21}^{2T} A_{a21}^2 e_1 + \frac{1}{\gamma^2} e_1^T P_1 L L^T P_1 e_1 \\
& \quad + e_{22}^T \left(\left(P_2 \bar{A}_2 + \bar{A}_2^T P_2^T \right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1}{\varepsilon_3} + \frac{1}{\gamma^2} \right) P_2^2 + C_{a22}^T C_{a22} \right) e_{22} \leq 0. \tag{25}
\end{aligned}$$

سپس نابرابر (22) با عبارت زیر برآورده می‌شود:

$$\begin{aligned}
& \epsilon = V(0) = e_1^T \\
& (0)P_1 e_1(0) + e_{22}^T(0)P_2 e_{22}(0),
\end{aligned}$$

که تنها بستگی به خطای حرکت اولیه حرکت $e_1(0)$ و $e_{22}(0)$ دارد،

توجه داشته باشید که نابرابری‌های (19) و (20) می‌تواند به مسئله LMI زیر انتقال یابد، برای ثابت‌های مثبت داده

شده $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \gamma, L_1, L_2$ ، حل P_1, P_2, Y_1, Y_2 به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \Xi_1(P_1, Y_1) & P_1 & Y_1 & P_1 & Y_1 & (A_{a21}^2)^T \\ * & -\varepsilon_1 I_{n+q-p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon_1 I_p & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I_{n+q-p} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I_p & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_3 I_q \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \Xi_2(P_2, Y_2) & P_2 & P_2 & P_2 & C_{a22}^T \\ * & -\varepsilon_2 I_q & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon_3 I_q & 0 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I_q & 0 \\ * & * & * & * & -I_p \end{bmatrix} < 0, \quad (27)$$

به طوری که

$$\begin{aligned} \Xi_1(P_1, Y_1) &= P_1 A_{a11} + A_{a11}^T P_1 + Y_1 A_{a21} + A_{a21}^T Y_1^T + \varepsilon_1 (\mathcal{L}_a)^2 \\ &+ I_{n+q-p} + \varepsilon_2 (\mathcal{L}_2)^2 I_{n+q-p}, \quad Y_1 = P_1 L \quad \text{با} \quad P_1 > 0, \quad \Xi_2(P_2, Y_2) = P_2 A_{a22}^{22} \\ &+ (A_{a22}^{22})^T P_2 - Y_2 - Y_2^T, \quad Y_2 = P_2 K_{22} \quad \text{با} \quad P_2 > 0. \end{aligned}$$

خطای تخمینی e22، باقیمانده است که به منظور تشخیص خطا استفاده می‌شود. هدف در اینجا، انتخاب گین L و

K22 است به طوری که اثرات اغتشاشات متمرکز $\hat{\eta}_{a1}(\cdot), \eta_{a2}^2(\cdot)$ بر e22 مینیمم شود، یعنی اینکه گین L2 به شرط

مینیمم شود. بنابراین مسئله بهینه سازی می‌تواند با توجه به P_1, P_2, Y_1, Y_2 و γ^2 بیان شود، یعنی مینیمم سازی

γ^2 در (26) و (27) با توجه به $0 < P_2, 0 < P_1$.

تبصره (6). از گزاره (1)، می‌توانیم دریابیم که ماتریس لیاپانوف در (23) متعلق به دینامیکهای خطای (13) و (15)،

یک ماتریس قطری قطعه ای است، که در واقع از آن نتیجه میگیریم که $\hat{A}_{a11}, \hat{A}_{a22}^{22}$ پایدار هستند و از این رو

حرکت لغزان (13) و (15) مرتبط با سطح لغزان (18)، با عدم قطعیت‌های متمرکز، به صورت ISS است.

برای طراحی گین M(.) در (12)، مرز e1 در (13) با ترم غیرخطی لپشیز باید محاسبه شود. بنابراین لم‌های زیر

باید معرفی شوند.

لم2- (بلمن-لما گران ول، لوئانو و سان[13]، t_0 و c_0 ، c_1 و c_2 ثابتهای غیر منفی هستند، و $k(t)$ تابع پیوسته تکه‌ای است اگر $h(t)$ در نابرابری زیر صدق کند،

$$h(t) \leq c_0 e^{-\lambda(t-t_0)} + c_1 + c_2 \int_{t_0}^t e^{-\lambda(t-\tau)} \kappa(\tau) h(\tau) d\tau, \quad \forall t \geq t_0,$$

then

$$h(t) \leq (c_0 + c_1) e^{-\lambda(t-t_0)} e^{c_2 \int_{t_0}^t \kappa(s) ds} + c_1 \lambda \int_{t_0}^t e^{-\lambda(t-\tau)} e^{c_2 \int_{t_0}^{\tau} \kappa(s) ds} d\tau, \quad \forall t \geq t_0.$$

لم3: سیستم دینامیک خطای توصیف شده (13) و $\hat{A}_{a11}$ را بصورت پایدار در نظر بگیرید،

همچنین k_0, λ_0 را مثبت قرار دهید بطوریکه عبارت زیر برقرار باشد: بافرض اینکه

$$\|e^{\hat{A}_{a11}t}\| \leq k_0 e^{-\lambda_0 t},$$

باشد، آنگاه خطای تخمین حالت $e_1(t)$ در عبارت زیر صدق می‌کند:

$$\|e_1(t)\| \leq \chi(t), \quad (28)$$

اثبات: از (13)، عبارت زیر به دست می‌آید،

$$e_1 = e^{\hat{A}_{a11}t} e_1(0) + \int_0^t e^{\hat{A}_{a11}(t-\tau)} \left([I_{n+q-p}, L] \left(g_a \left(T^{-1} z, u, t \right) - g_a \left(T^{-1} \bar{z}, u, t \right) + \eta_a \right) \right) d\tau. \quad (29)$$

را ثابت های مثبت در نظر بگیرید، به طوری که در عبارت زیر صدق کنند:

$$\|e^{\hat{A}_{a11}t}\| \leq k_0 e^{-\lambda_0 t},$$

ω_1 مرز ثابت برای $z_1(0)$ است به طوری که عبارت زیر برقرار باشد:

$$\|e_1(0)\| = \|z_1(0)\| \leq \omega_1,$$

آن‌طور که در مرجع [34] گفته شده است، همیشه عبارت برقرار است. با استفاده از (9)، (10) و (17)، سپس از

اعمال نابرابری مثلثی، عبارت زیر حاصل می‌شود.

$$\|e_1\| \leq \frac{k_0 \bar{\eta}}{\lambda_0} + (1 + \|L\|) \mathcal{L}_a \int_0^t e^{-\lambda_0(t-\tau)} \|e_1\| d\tau + k_0 \left(\omega_1 - \frac{\bar{\eta}}{\lambda_0} \right) e^{-\lambda_0 t}. \quad (30)$$

حال با اعمال لم 2 به معادله (30)، دینامیک خطای (13) تا (16) در حال حرکت به سوی سطح لغزان S ، محدود به

زمان است و در آنجا می ماند اگر k_{11} و k_{12} به ترتیب به صورت $K_{11} = A_{a22}^{11} - \hat{A}_{a22}^{11}$ و البته $\hat{A}_{a22}^{11}$ پایدار و

$K_{12} = A_{a22}^{12}$ باشد و گین $M(\cdot)$ در (12) صدق کند:

$$M(\cdot) \geq \left(\|A_{a21}^1\| + \mathcal{L}_1 \right) \chi(t) + \bar{\eta}_2(\cdot) + \varpi, \quad (31)$$

به گونه ای که $\bar{\omega}$ ثابت مثبت است.

اثبات

این عبارت را در نظر بگیرید: $V = e_{21}^T e_{21}$ ، از فرمول (14) و $\bar{\xi} < \xi < \bar{\bar{\xi}}$ و البته پایداری $\hat{A}_{a22}^{11}$ و $K_{12} = A_{a22}^{12}$ ، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_{21}^T \left(\hat{A}_{a22}^{11} + (\hat{A}_{a22}^{11})^T \right) e_{21} \\ &\quad + 2e_{21}^T \left(A_{a21}^1 e_1 + g_{a2}^1(T^{-1}z, u, t) - g_{a2}^1(T^{-1}\bar{z}, u, t) \right. \\ &\quad \left. + \eta_{a2}^1(T^{-1}z, u, \omega, t) \right) - 2e_{21}^T \nu. \end{aligned} \quad (32)$$

از آن جا که $\hat{A}_{a22}^{11}$ منفی متقارن است، با طراحی K_{11} به صورت مناسب تعریف می شود، که در عبارت زیر صدق می کند:

$$\hat{A}_{a22}^{\bar{11}} + (\tilde{\hat{A}}_{a22}^{11})^T < 0.$$

سپس با اعمال (12):

$$\dot{V} \leq 2 \|e_{21}\| \left((\|A_{a21}^1\| + \mathcal{L}_1) \|e_1\| + \bar{\eta}_2(\cdot) \right) - 2M(\cdot) \|e_{21}\|. \quad (33)$$

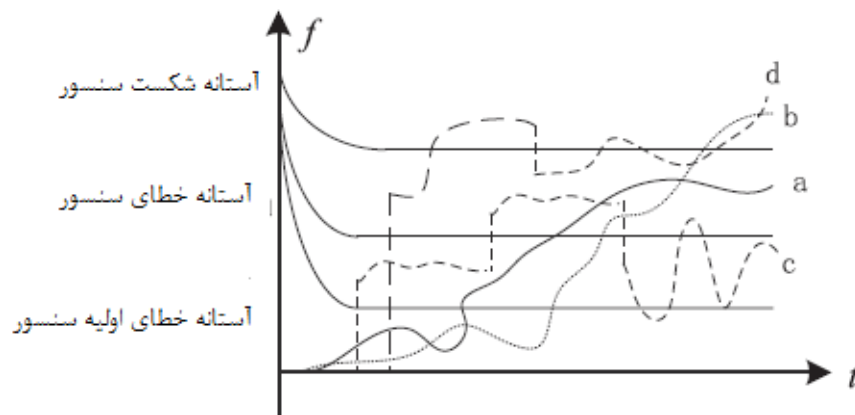
(31) و (33) در عبارت زیر صدق می‌کند:

$$\dot{V} \leq -2\varpi \|e_{21}\| \leq -2\varpi V^{1/2}$$

به این معنی که شرایط قابلیت دسترسی را برآورده می‌سازد. از این رو نتایج زیر حاصل می‌شود:

تبصره 7- قضیه 1 و 2 نشان می‌دهند که سیستم‌های دینامیک خطای (13) تا (15) به طور جانبی پایدار است.

باید توجه کنید که این مقاله عمدتاً بر تشخیص خطا با طراحی آستانه‌های مناسب تمرکز دارد.



شکل 3- خطوط a و b- گسترش خطای اولیه بصورت پیوسته - خطوط c و d خطاهای پیوسته تکه ای

امکان ندارد مشاهده گر طراحی شده به صورت مستقیم برای تخمین/ بازسازی مجدد استفاده شود.

4. طرح تصمیم تشخیص خطای سنسور

در این مقاله، خطای در نظر گرفته شده توسط معادله دیفرانسیلی (3) ایجاد می‌شود، که نشان دهنده دو نوع خطا

است: خطاهای پیوسته و خطاهای پیوسته تکه‌ای. (شکل 3 را مشاهده کنید). بنابراین، طرح تصمیم‌گیری مبنی بر

تشخیص خطای سنسور به دو بخش تقسیم می‌شود:

• طرح تصمیم‌گیری مبنی بر تشخیص خطای سنسور به منظور تعیین اینکه چه زمانی خطای اولیه سنسور در خطا و

خرابی سنسور گسترش می‌یابد، استفاده می‌شود

• طرح تصمیم‌گیری مبتنی بر تشخیص، به منظور تشخیص خطاهای اولیه، خطا و خرابی‌هایی که رخ می‌دهد، استفاده می‌شود.

اصول تصمیم‌گیری: متناظر با دو نوع طرح تشخیص خطا و شکل 3، دو نوع اصول تصمیم‌گیری وجود دارد:

1. اصول تصمیم‌گیری مبتنی بر تشخیص گسترش خطای اولیه سنسور: در مقوله توسعه خطای اولیه سنسور به منظور تشخیص خطا، اگر خطای تخمین e_y پیوسته باشند، یک زمان فوری وجود دارد به طوری که حداقل یک خطای تخمین e_y از آستانه خطای اولیه عبور کند، و یک زمان فوری وجود دارد که از آستانه خطا عبور می‌کند. آن گاه گسترشی که بصورت کامل در نظر گرفته می‌شود (منحنی a در شکل 3): در مقوله توسعه خطای اولیه سنسور به منظور تشخیص خطا، خطاهای تخمینی e_y به جز در دو زمان لحظه ای باید پیوسته باشد، در اینصورت لحظه ای دیگری وجود دارد که از آستانه شکست سنسور جلوگیری می‌کند (همانطور که در منحنی b مشاهده می‌کنید).

2. اصول تصمیم‌گیری مبتنی بر تشخیص خطا: اگر حداقل یک خطای تخمین e_y از آستانه خطای اولیه بزرگتر باشد، خطای سنسور رخ می‌دهد. تشخیص در خطا و خرابی سنسور همانند تشخیص اولیه سنسور است. در منحنی های c و d در شکل 3 دو مثال ارائه شده است.

تبصره 8 – توجه داشته باشید که اصل 2 طرح تشخیص سنتی خطا است که در [25,27,28,34] بحث شده است، و اصل 2 یک طرح جدید و توسعه یافته است، که عمدتاً به منظور تشخیص و تعیین گسترش خطای اولیه پیوسته است.

4.1 طرح تصمیم‌گیری مبتنی بر تشخیص خطا

4.1.1 طرح تصمیم‌گیری مبتنی بر تشخیص گسترش خطای اولیه سنسور

هنگامی که حرکت لغزان بر S قرار گرفته و نگهداری شود، باتوجه به (18)، $e_{21} = \dot{e}_{21} = 0$. بنابراین هر مولفه

تخمین خطای خروجی $e_{yj}(t)$ ، $p \dots j=1,2$ ، می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$e_{yj}(t) \triangleq C_{a22j} e_{22}$$

به طوری که Ca22j، بردار ردیف زام ماتریس Ca22 است.

گسترش خطای اولیه سنسور به منظور طرح تصمیم گیری با اعمال (14) به صورت زیر حاصل می شود:

$$|e_{yj}| \leq k_j \int_0^t e^{-\lambda_j(t-\tau)} \left[\left(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2 \right) \|e_1\| + \bar{\eta}_2 \right] d\tau + k_j \omega_2 e^{-\lambda_j t}, \quad (34)$$

جایی که k_j و λ_j ثابت های مثبت هستن که در عبارت زیر صدق می کند:

$$|C_{a22j} e^{\hat{A}_{a22}^{22} t}| \leq k_j$$

$e^{-\lambda_j t}$ و ω کران $\|z_{22}(0)\|$ است، یعنی $\|e_{22}(0)\| \leq \omega_2$ (همچنین توجه داشته باشید که $\hat{z}_{22}(0) = 0$).

براساس (28) و (34)، قاعده زیر برقرار است:

$$|e_{yj}| \leq k_j \int_0^t e^{-\lambda_j(t-\tau)} \left[\left(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2 \right) \chi(\tau) + \bar{\eta}_2 \right] d\tau + k_j \omega_2 e^{-\lambda_j t} \quad (35)$$

به طوری که $\chi(t)$ در لم 3 تعریف شده است. سپس آستانه خطای اولیه سنسور δ_{3j} به صورت زیر ارائه می شود:

$$\delta_{1j}(t) \triangleq k_j \int_0^t e^{-\lambda_j(t-\tau)} \left[\left(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2 \right) \chi(\tau) + \bar{\eta}_2 \right] d\tau + k_j \omega_2 e^{-\lambda_j t}. \quad (36)$$

براساس گزاره 2، قبل از اینکه خطای اولیه سنسور به خرابی شدید سنسور گسترش یابد، یعنی $(\|\bar{\xi}\| \leq \bar{\xi})$ ، سطح

لغزان بر S نگه داشته می شود. در حال حاضر، خطای اولیه سنسور، با استفاده از دلایل مشابه مانند آنچه در (36)

گفته شده است، آستانه خطای سنسور به صورت زیر داده می شود:

$$\delta_{2j}(t) \triangleq k_j \int_0^t e^{-\lambda_j(t-\tau)} \left[\left(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2 \right) \chi(\tau) + \bar{\eta}_2 + \|D_{a22}\| \bar{\xi} \right] d\tau + k_j \omega_2 e^{-\lambda_j t}. \quad (37)$$

باتوجه به (36) و (37)، طرح تصمیم گیری بر گسترش خطای اولیه سنسور به خطای سنسور به صورت زیر حاصل

می شود:

• اگر خطاهای تخمین خروجی e_{yj} در همه زمان‌ها به صورت پیوسته باشد، و حداقل یک $j=1,2,\dots,p$ باشد به

طوری که e_{yj} از آستانه خطای اولیه سنسور δ_{1j} بیشتر شود، آن‌گاه مشخص می‌شود که حداقل یک خطای اولیه

سنسوری که به حالت خطای سنسور گسترش یافته، در زمانی ایجاد می‌شود که e_{yj} از آستانه خطای سنسور δ_{2j}

داده شده در (37) بیشتر شود،

لحظه زمان تشخیص T_{ditft} ، به صورت لحظه اولیه تعریف می‌شود بگونه ای که برای

$$T_{ditft} > T_0 \quad \text{و} \quad |e_{yj}(T_{ditft})| > \delta_{2j}(T_{ditft})$$

برخی از زها داریم :

یعنی:

$$T_{ditft} \triangleq \inf_{j=1}^p \{t \geq T_0 \mid |e_{yj}(t)| > \delta_{2j}(t)\}. \quad (38)$$

طرح تعیین گسترش خطای اولیه به خرابی سنسور: پس از این که شکست سنسور رخ دهد (یعنی $T < t$)، حرکت

لغزان بر سطح لغزان S دچار اختلال می‌شوند. براساس گزاره 2، هنگامی که $\bar{\xi} < \xi < \bar{\bar{\xi}}$ است، یک کران $\bar{\bar{\xi}}$ وجود

دارد، و حرکت لغزان روی سطح لغزان حفظ می‌شود. علاوه براین، هنگامی که $\bar{\bar{\xi}} > \xi$ ، حرکت لغزان دچار مشکل

می‌شود، که به آسانی مشخص می‌شود که خطای سنسور رخ داده است [14].

در حضور شکست واضح سنسور، یعنی $\bar{\bar{\xi}} < \xi < \bar{\bar{\xi}}$ با استفاده از استنتاج (37)، آستانه شکست سنسور δ_{3j} به

صورت زیر بیان می‌شود:

$$\delta_{3j}(t) \triangleq k_j \int_0^t e^{-\lambda_j(t-\tau)} \left[(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2) \chi(\tau) + \bar{\eta}_2 + \|D_{a22}\| \bar{\bar{\xi}} \right] d\tau + k_j \omega_2 e^{-\lambda_j t}. \quad (39)$$

باتوجه به (37) و (36)، طرح تصمیم‌گیری در زمینه گسترش خطای اولیه سنسور به شکست سنسور به صورت زیر

است:

2- اگر خطای تخمینی خروجی به صورت مداوم و پیوسته باشد و حداقل یک j وجود داشته باشد به گونه‌ای که e_{yj} بیشتر از آستانه خطای اولیه سنسور δ_{2j} در (37) باشد، آن‌گاه مشخص می‌شود که حداقل یک خطای اولیه سنسور که به خطای سنسور گسترش یافته وجود دارد و هنگامی که e_{yj} از آستانه شکست سنسور δ_{3j} داده شده در (39) بیشتر شود.

ضمن اینکه لحظه زمان تشخیص شکست سنسور T_{ditfe} باید اولین لحظه زمان باشد به طوری که:

$$|e_{yj}(T_{ditfe})| > \delta_{3j}$$

همچنین T_{ditfe} برای برخی $T_0 < T_{ditfe}$ و برای برخی از j است. بنابراین :

$$T_{ditfe} \triangleq \inf_{j=1}^P \bigcup \{t > T_0 \mid |e_{yj}(t)| > \delta_{3j}(t)\}. \quad (40)$$

4.1.2 طرح تصمیم‌گیری مبنی بر تشخیص خطا

طرح تصمیم‌گیری مبنی بر تشخیص خطای اولیه سنسور: باتوجه به (35)، طرح تصمیم‌گیری مبنی بر تشخیص خطای اولیه سنسور به صورت زیر حاصل می‌شود:

3- تصمیم‌گیری درباره رخداد خطای اولیه سنسور هنگامی ایجاد می‌شود که قدرمطلق حداقل یک مولفه از خطای تخمین خروجی (یعنی e_{jy}) بزرگتر از آستانه خطای اولیه سنسور δ_{1j} در (36) باشد. زمان تشخیص خطای اولیه سنسور به صورت زیر است:

$$T_{di} \triangleq \inf_{j=1}^P \bigcup \{t > T_0 \mid |e_{yj}(t)| > \delta_{1j}(t)\}. \quad (41)$$

طرح تصمیم‌گیری مبنی بر تشخیص خطای سنسور: براساس گزاره 2، پس از رخداد خطای سنسور و قبل از گسترش خطا، سطح لغزان بر S قرار دارد. باتوجه به (37)، طرح تصمیم‌گیری به شرح زیر است:

4- تعیین رخداد خطای سنسور ایجاد می‌شود که قدر مطلق حداقل یک مولفه از خطاهای تخمین خروجی بزرگتر از

آستانه خطای سنسور δ_{2j} بیشتر شود (توسط 37). لحظه زمان تشخیص خطای سنسور Tdft به صورت زیر داده می‌شود:

$$T_{dft} \triangleq \inf_{j=1}^p \{t > T_1 | |e_{yj}(t)| > \delta_{2j}(t)\}. \quad (42)$$

طرح تصمیم‌گیری مبتنی بر خرابی سنسور: اگر سیگنال‌های شکست سنسور به اندازه کافی بزرگ نباشد تا سطح لغزان را از بین ببرد، یعنی $\bar{\xi} < \xi < \bar{\bar{\xi}}$ ، تصمیم‌گیری بر خرابی سنسور به شرح زیر است:

5- تعیین رخداد شکست سنسور که قدر مطلق حداقل یک مولفه از خطاهای تخمین خروجی بزرگتر از آستانه خطای سنسور δ_{3j} بیشتر شود. زمان تشخیص شکست سنسور به صورت زیر است

$$T_{dfe} \triangleq \inf_{j=1}^p \{t > T_2 | |e_{yj}(t)| > \delta_{3j}(t)\}. \quad (43)$$

تبصره 9 هنگامی که حرکت لغزان مشاهده‌گر (11) بر سطح لغزان با سیگنال‌های خرابی، دچار مشکل می‌شود، تصمیم‌گیری در مورد وقوع خطای حسگر نیز انجام می‌شود [14]. بنابراین برای گسترش خطای اولیه سنسور به خطای سنسور، زمان تشخیص Tdef بزرگتر از Tdfe داده شده در (43) است، (Tdefs لحظه‌ای است که حرکت لغزان مشاهده‌گر (11) مخدوش می‌شود، زیرا دوره خطای پیوسته سنسور $\bar{\xi} < \xi < \bar{\bar{\xi}}$ جلوتر از $\bar{\xi} < \xi < \bar{\bar{\xi}}$ است.

بنابراین، قضیه اساسی زیر درباره تشخیص خطا ایجاد می‌شود:

قضیه اساسی 1- برای سیستم غیرخطی (8)، طرح تصمیم‌گیری مبنی بر تشخیص خطا (I) و (II)، با آستانه‌های تطبیقی (36)، (37) و (39) این اطمینان را ایجاد می‌کند که هیچ آلامر کاذبی قبل از گسترش خطای اولیه به خطا و خرابی سنسور وجود ندارد. علاوه بر این، طرح تصمیم‌گیری مبنی بر تشخیص خطا (III)، (IV) و (V) که توسط آستانه‌های تطبیقی توصیف (36)، (37) و (39) توصیف شده است، و تضمین می‌کند که هیچ آلامر کاذبی به ترتیب قبل از وقوع خطای اولیه سنسور، خطای سنسور و خرابی وجود ندارد.

تبصره 10 باید توجه داشته باشید که تمام تصمیمات تشخیصی بعد از $e_{21}=0$ گرفته می شود، یعنی پس از حرکت لغزان اتفاق می افتد، که در واقع این نوع تصمیمات نیاز دارند که حرکت لغزان قبل از وقوع خطا انجام شود. با این حال، در مقایسه با خطای ناگهانی، خطای اولیه (به عنوان مثال، خطا ناشی از سایش مکانیکی) معمولاً طول می کشد تا باعث خرابی سیستم شود. علاوه بر این، ثابت قابلیت دستیابی می تواند به گونه ای تنظیم شود تا این اطمینان حاصل شود که حرکت لغزان در مرحله اولیه و سریع رخ دهد. بنابراین در واقعیت، نتایج توسعه یافته را می توانیم به اکثریت موارد، اعمال و بسط دهیم.

4.2 طرحهای قابلیت شناسایی خطا

در حضور خطای اولیه سنسور و خطای سنسور (یعنی $T_0 < t < T_2$)، براساس گزاره 2، حرکت لغزان دینامیک خطا (13)–(16) بر سطح S تعریف شده در (18) قرار دارد، و هر مولفه e_{yj} خطای تخمین خروجی به صورت زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} e_{yj}(t) = & \int_{T_0}^t C_{a22j} e^{\hat{A}_{a22}^{22}(t-\tau)} \left[g_{a2}^2(T^{-1}z, u, \tau) - g_{a2}^2(T^{-1}\bar{z}, u, \tau) \right] d\tau \\ & + \int_{T_0}^t C_{a22j} e^{\hat{A}_{a22}^{22}(t-\tau)} \left[A_{a21}^2 e_1 + \eta_{a2}^2(T^{-1}z, u, \omega, \tau) \right] d\tau \\ & + \int_{T_0}^t C_{a22j} e^{\hat{A}_{a22}^{22}(t-\tau)} D_{a22} \xi(T^{-1}z, u, \tau) d\tau + C_{a22j} e^{\hat{A}_{a22}^{22}(t-T_0)} e_{22}(T_0). \end{aligned} \quad (44)$$

با اعمال نابرابری مثلثاتی، در عبارت زیر صدق می کند،

$$\begin{aligned} |e_{yj}| \geq & \left| \int_{T_0}^t C_{a22j} e^{\hat{A}_{a22}^{22}(t-\tau)} D_{a22} \xi(T^{-1}z, u, \tau) d\tau \right| - k_j |e_{22}(T_0)| e^{-\lambda_j(t-T_0)} \\ & - k_j \int_{T_0}^T e^{-\lambda_j(t-\tau)} \left[(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2) \chi(\tau) + \bar{\eta}_2 \right] d\tau. \end{aligned} \quad (45)$$

با توجه به طرح تصمیم گیری مبتنی بر تشخیص خطای $I-V$ ، پنج طرح قابلیت شناسایی خطا وجود دارد.

4.2.1 طرح قابلیت شناسایی گسترش خطای اولیه به خطای سنسور

آستانه خطای اولیه سنسور $\delta_{1j}(t)$ (در 35) برای $T_0 < t$ را بصورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\delta_{1j}(t) \triangleq k_j \int_{T_0}^t e^{-\lambda_j(t-\tau)} \left[\left(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2 \right) \chi(\tau) + \bar{\eta}_2 \right] d\tau + \delta_{1j}(T_0) e^{-\lambda_j(t-T_0)}. \quad (46)$$

بنابراین براساس (45) و (46)، اگر این شرایط یعنی $T_1 > T_{di} > T_0$ برقرار باشد به طوری که داشته باشیم:

$$\begin{aligned} & \left| \int_{T_0}^{T_{di}} C_{a22j} e^{\hat{A}_{a22}^{22}(T_{di}-\tau)} D_{a22} \xi(T^{-1}z, u, \tau) d\tau \right| \geq 2k_j \\ & \int_{T_0}^{T_{di}} e^{-\lambda_j(T_{di}-\tau)} \left[\left(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2 \right) \chi(\tau) + \bar{\eta}_{a2}^2 \right] d\tau \\ & + [k_j |e_{22}(T_0)| + \delta_j(T_0)] e^{-\lambda_j(T_{di}-T_0)}, \end{aligned} \quad (47) \quad |e_{yj}| \geq \delta_{1j},$$

آن گاه و خطای اولیه سنسور در زمان $t = T_{di}$ تشخیص داده خواهد شد، یعنی:

$$|e_{yj}(T_{di})| > \delta_{1j}(T_{di})$$

در واقع قبل از اینکه خطای اولیه گسترش یابد، این رابطه برقرار است.

با استفاده از دلایل مشابه (46)، آستانه $\delta_{2j}(t)$ برای $T_1 < t$ به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \delta_{2j}(t) \triangleq & k_j \int_{T_1}^t e^{-\lambda_j(t-\tau)} \left[\left(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2 \right) \chi(\tau) + \bar{\eta}_2 \right. \\ & \left. + \|D_{a22}\| \bar{\xi} \right] d\tau + \delta_{2j}(T_1) e^{-\lambda_j(t-T_1)}. \end{aligned} \quad (48)$$

براساس (45) و (46)، اگر $T > T_{dift} > T_1$ باشد به طوری که داریم:

$$\begin{aligned} & |e_{yj}| \geq \delta_{2j}, \\ & \left| \int_{T_1}^{T_{dift}} C_{a22j} e^{\hat{A}_{a22}^{22}(t-\tau)} D_{a22} \xi(T^{-1}z, u, \tau) d\tau \right| \\ & \geq k_j \int_{T_1}^{T_{dift}} e^{-\lambda_j(T_{dift}-\tau)} \left[2 \left(\left(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2 \right) \chi(\tau) + \bar{\eta}_{a2}^2 \right) + \|D_{a22}\| \bar{\xi} \right] d\tau \\ & + [k_j |e_{22}(T_1)| + \delta_j(T_1)] e^{-\lambda_j(T_{dift}-T_1)}, \end{aligned} \quad (49)$$

آن گاه ، و اگر خطای اولیه سنسور در زمان Tdi تشخیص داده شود، خطای اولیه سنسور به خطای سنسور در زمان $t=Tditft$ پسترش می یابد، یعنی :

$$|e_{yj}(T_{ditft})| > \delta_{2j}(T_{ditft})$$

در واقع قبل از اینکه خطای اولیه به شکست سنسور گسترش یابد، این رابطه برقرار است.
بنابراین تئوری زیر حاصل می شود:

برای سیستم غیرخطی (8) با طرح تصمیم گیری مبتنی بر تشخیص خطا λ ، که توسط تخمین گر تشخیص خطا (11) و آستانه های تطبیقی (36) و (37) تعریف می شود، اگر چند زمان لحظه ای $T_1 > Tdi > T_0$ و $T_2 > Tditft > T_1$ و تعدادی λ وجود داشته باشد، به طوری که تابع ورودی ناشناخته زیر در (47) و (49) صدق کند:

$$\xi(T^{-1}z, u, t)$$

آن گاه گسترش خطای اولیه سنسور به خطای سنسور در لحظه Tditft تشخیص داده می شود.

4.2.2 طرح قابلیت شناسایی گسترش خطای اولیه سنسور به شکست سنسور

آستانه تطبیقی شکست سنسور $\delta_{3j}(t)$ برای $T_2 < t$ را می توانیم به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$\begin{aligned} \delta_{3j}(t) \triangleq & k_j \int_{T_2}^t e^{-\lambda_j(t-\tau)} \left[\left(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2 \right) \chi(\tau) + \bar{\eta}_2 \right. \\ & \left. + \|D_{a22}\| \bar{\xi} \right] d\tau + \delta_{3j}(T_2) e^{-\lambda_j(t-T_2)}. \end{aligned} \quad (50)$$

براساس (45) و (50)، اگر $T_2 < Tditfe$ وجود داشته باشد به طوری که:

$$\begin{aligned} & \left| \int_{T_2}^{T_{ditfe}} C_{a22j} e^{\hat{A}_{a22}^{22}(t-\tau)} D_{a22} \xi(T^{-1}z, u, \tau) d\tau \right| \\ & \geq k_j \int_{T_2}^{T_{ditfe}} e^{-\lambda_j(t-\tau)} \left[2 \left(\left(\|A_{a21}^2\| + \mathcal{L}_2 \right) \chi(\tau) + \bar{\eta}_{a2}^2 \right) + \|D_{a22}\| \bar{\xi} \right] d\tau \\ & + [k_j |e_{22}(T_2)| + \delta_j(T_2)] e^{-\lambda_j(T_{ditfe}-T_2)}, \end{aligned} \quad (51) \quad |e_{yj}| \geq \delta_{3j},$$

آن گاه ، و اگر خطای اولیه سنسور به خطای سنسور در زمان T_{ditft} گسترش یابد، خطای اولیه سنسور به شکست سنسور در زمان $t=T_{ditfe}$ تشخیص داده می شود، یعنی :

$$t = T_{ditfe}, \text{ i.e., } |e_{yj}(T_{ditfe})| > \delta_{3j}(T_{ditfe}).$$

علاوه براین، همچنین می توانیم خرابی سنسور را در صورتی که سیگنال های شکست سنسور بزرگ باشد (یعنی $\xi > \xi_{\text{crit}}$) که موجب اختلال در حرکت لغزان مشاهده گر (11) بر سطح لغزان S شود را تشخیص داد. در مقایسه با (51)، قابلیت شناسایی ضعیف تر از حالت استفاده از روش آستانه های تطبیقی است زیرا نیازی به شرط $\xi > \xi_{\text{crit}}$ ندارد.

تئوری 3 - برای سیستم غیر خطی (8) با طرح تشخیص خطا III، که توسط تخمین گر تشخیص خطای (11) و آستانه های تطبیقی (36)، (37) و (39) تعریف شده است، اگر $T_2 > T_{ditft} > T_1$ و $T_2 < T_{dife}$ و برخی ازها وجود داشته باشد به طوری که تابع ورودی ناشناخته زیر در (47)، (49) و (51) صدق کند، آن گاه گسترش خطای اولیه سنسور را می توانیم در زمان $t=T_{ditfe}$ تشخیص دهیم.

طرح های تصمیم گیری مبنی بر تشخیص خطا در بخش V-III، آستانه های تطبیقی سنتی برای خطاهای تکه پیوسته ای هستند. برای طرح تشخیصی خطای سنسور، اگر $T_{dft} > T_1$ در (49) حفظ می شود، با جایگزین شده با T_{dft} ، آن گاه خطای سنسور در زمان $t=T_{dft}$ تشخیص داده می شود. همچنین برای طرح تشخیص شکست سنسور، اگر $T_{dfe} > T_2$ به طوری که در (51) حفظ شود، با جایگزینی T_{dfe} به جای T_{ditfe} ، آن گاه خطای سنسور در زمان $t=T_{dfe}$ تشخیص داده می شود. بنابراین، نتایج زیر ارائه می شود.

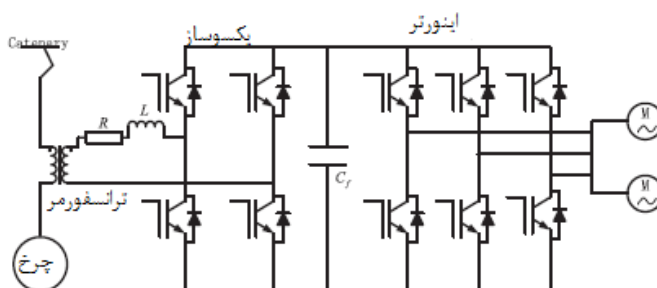
تئوری 4

برای سیستم غیر خطی (8) با طرح های تشخیص خطا III-V، که توسط تخمین گر تشخیص خطای (11) و آستانه های تطبیقی (36)، (37) و (39) تعریف شده است، اگر زمان لحظه ای $T_{di} > T_0$ ، $T_{dft} > T_1$ ، $T_{dft} > T_2$ و برخی ازها وجود داشته باشد، به گونه ای که تابع ناشناخته زیر در (47) و (49) با جایگزینی T_{dte} به جای T_{ditfe} و همچنین جایگزینی T_{dfe} به جای T_{ditfe} صدق می کند، آن گاه خطای اولیه سنسور ، خطا و شکست سنسور به ترتیب در $t=T_{di}$ ، $t=T_{ditft}$ و $t=T_{ditfe}$ تشخیص داده می شود.

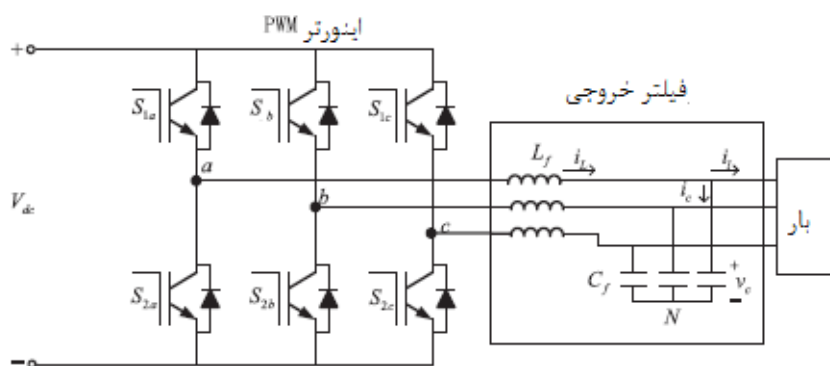
تبصره 11 هنگامی که مد لغزشی اتفاق می‌افتد، $e_{21}=0$ و $e_{j2}=Ca_{22}j_{e22}$ و $j=1, \dots, P$ ، به این معنی که قابلیت تشخیص خطا مکانیزم FD پیشنهادی اصلاح یافته است. در [34,35]، e_{21} هیچ گاه صفر نخواهد شد. بنابراین آستانه‌های تطبیقی (36)، (37) و (39) مناسبتر از نتایج در [34,35] است.

5. مورد مطالعاتی

یک سیستم قدرت متعارف ac/dc/ac، با یکسوساز بوست PWM تک فاز، و اینورتر PWM سه فاز، مورد استفاده برای درایوهای کششی الکترونیک در شکل 4 نشان داده شده است.



شکل 4- دیاگرام شماتیک مدار کششی خط راه آهن



شکل 5- توپولوژی اینورتر PWM سه فاز

ساختار توپولوژی اینورتر منبع ولتاژ PWM سه فاز نیز در شکل 5 نشان داده شده است. براساس لم ولتاژ و جریان کیرشهف، به عبارات زیر دست می‌یابیم:

$$\dot{v}_{cd} = \frac{1}{C_f} i_d + \omega_0 v_{cq} - \frac{1}{C_f} i_{ld}, \quad (52)$$

$$\dot{v}_{cq} = \frac{1}{C_f} i_q - \omega_0 v_{cd} - \frac{1}{C_f} i_{lq}, \quad (53)$$

$$\dot{i}_d = \frac{1}{L_f} v_d + \omega_0 i_q - \frac{1}{L_f} v_{cd}, \quad (54)$$

$$\dot{i}_q = \frac{1}{L_f} v_d - \omega_0 i_q - \frac{1}{L_f} v_{cq}, \quad (55)$$

که در آن L_f و C_f ، به ترتیب خازن و سلف فیلتر هستند، v_d و v_q ولتاژهای خروجی اینورتر محورهای d-q هستند، v_{cd} و v_{cq} ولتاژهای خازن محور d-q، i_d و i_q جریان های خروجی محورهای d-q، و i_{ld} و i_{lq} جریان های بار محورهای d-q، و ω_0 فرکانس زاویه منبع عملیاتی است.

علاوه براین، تعادل توان لحظه ای میان ترمینال های ورودی و خروجی فیلترهای LC، پاسخ دینامیکی را بهبود می بخشد، و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned} i_{ld} &= \frac{p_f v_{cd} + q_f v_{cq}}{(v_{cd}^2 + v_{cq}^2)} + \omega_0 C_f v_{cq} - \frac{\omega_0 L_f (i_d^2 + i_q^2)}{(v_{cd}^2 + v_{cq}^2)} v_{cq}, \\ i_{lq} &= \frac{p_f v_{cq} - q_f v_{cd}}{(v_{cd}^2 + v_{cq}^2)} - \omega_0 C_f v_{cd} + \frac{\omega_0 L_f (i_d^2 + i_q^2)}{(v_{cd}^2 + v_{cq}^2)} v_{cd}, \end{aligned} \quad (56)$$

به طوری که P_f و q_f ، با ولتاژها و جریان های اندازه گیری شده، محاسبه می شوند.

نویزهای ولتاژ و جریان اندازه گیری را در نظر بگیرید، که منجر به عدم قطعیت های متمرکز $\eta(\cdot)$ داده شده در (1) می شود، آنگاه معادلات (52) تا (55) را می توانیم به صورت زیر توصیف کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + E\eta(x, u) + \eta(x, u, \omega, t), \\ y &= Cx + Ff, \end{aligned} \quad (57)$$

که در آن با i_{ld} و i_{lq} در (56) به داریم:

$$x = [v_{cd}, v_{cq}, i_d, i_q]^T, \quad u = [v_d, v_q]^T, \quad i_l = [i_{ld}, i_{lq}]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 & \frac{1}{C_f} & 0 \\ -\omega_0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_f} \\ -\frac{1}{L_f} & 0 & -\frac{r}{L_f} & \omega_0 \\ 0 & -\frac{1}{L_f} & -\omega_0 & -\frac{r}{L_f} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{v_{dc}}{L_f} & 0 \\ 0 & \frac{v_{dc}}{L_f} \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_f} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_f} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\xi(x, u, t) = \begin{cases} e^{45t} + e^{40t} + 20 \sin(20x(1)) + 3 \cos(10 \sin(x(3))) + 20 \sin(1000t) \\ + 20 \cos(10x(5)x(3)) + [0.2, 20]u, \quad t < 0.12; \\ e^{55s} + \exp(40t) + 20 \sin(20x(1)) + 3 \cos(10 \sin(x(3))) + 30 \sin(1000t) \\ + 20 \cos(10x(5)x(3)) + [0.2, 20]u, \quad s = 0.12, 0.12 < t < 0.16; \\ e^{60s} + 200 + 20 \sin(20x(1)) + 3 \cos(10 \sin(x(3))) + 20 \sin(1000t) \\ + 20 \cos(10x(5)x(3)) + [0.2, 20]u, \quad s = 0.12, 0.16 < t < 0.2. \end{cases} \quad (60)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \eta(x, u, \omega, t) = \begin{bmatrix} 20 \sin(v_{cd}v_{cq}) + [2, 5]u \\ \cos(v_{cd}i_d) \\ 0.2 \sin(10v_{cd}i_q) \\ 2 \cos(i_q^2) \\ 0 \end{bmatrix}$$

با فرض اینکه خطای سنسور در ولتاژ اندازه گیری شده voq رخ دهد، آن گاه داریم:

$$F = [0, 1]^T.$$

خطای اولیه سنسور ایجاد شده توسط (3) را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\dot{f} = -1000f + \xi(x, u, t), f(0) = 0$$

چندین حالت مختلف خطا بسته به $\xi(x, u, t)$ برای تشخیص وجود دارد. در این شبیه سازی، سه حالت خطا در نظر گرفته خواهد شد.

5.1 گسترش خطای اولیه سنسور بصورت پیوسته و تشخیص خطای سنسور

در اولین مورد، $\xi(x, u, t)$ به صورت زیر داده می شود:

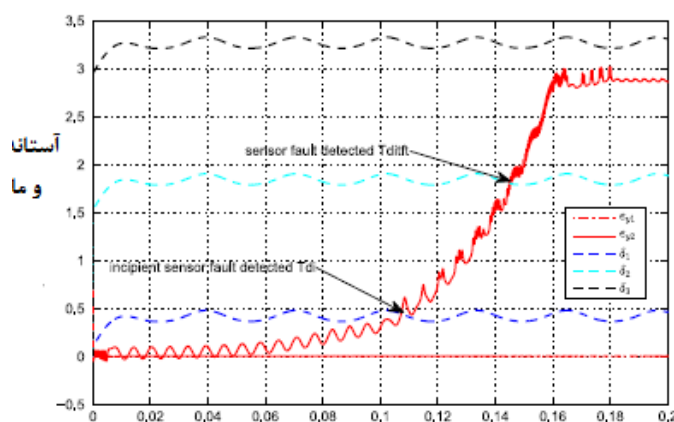
$$\xi(x, u, t) = \begin{cases} e^{(60te^{-2t})} + 20 \sin(20x(1)) + 3 \cos(10 \sin(x(3))) + \\ 20 \sin(1000t) + 20 \cos(10x(5)x(3)) + [0.2, 20]u, t < 0.16; \\ e^{60se^{-2s}} + 20 \sin(20x(1)) + 3 \cos(10 \sin(x(3))) \\ + 20 \sin(2000t) + 20 \cos(10x(5)x(3)) + [0.2, 20]u, s = 0.16, 0.16 < t < 0.2. \end{cases} \quad (58)$$

شکل 6 و 7 نشان می دهند که مانده ها به صورت پیوسته هستند (خط قرمز و پررنگ) و آستانه های تطبیقی (از جمله

آستانه خطای اولیه سنسور δ_1 (خط آبی و نقطه چین)، آستانه خطای سنسور δ_2 (خط آبی و نقطه چین)

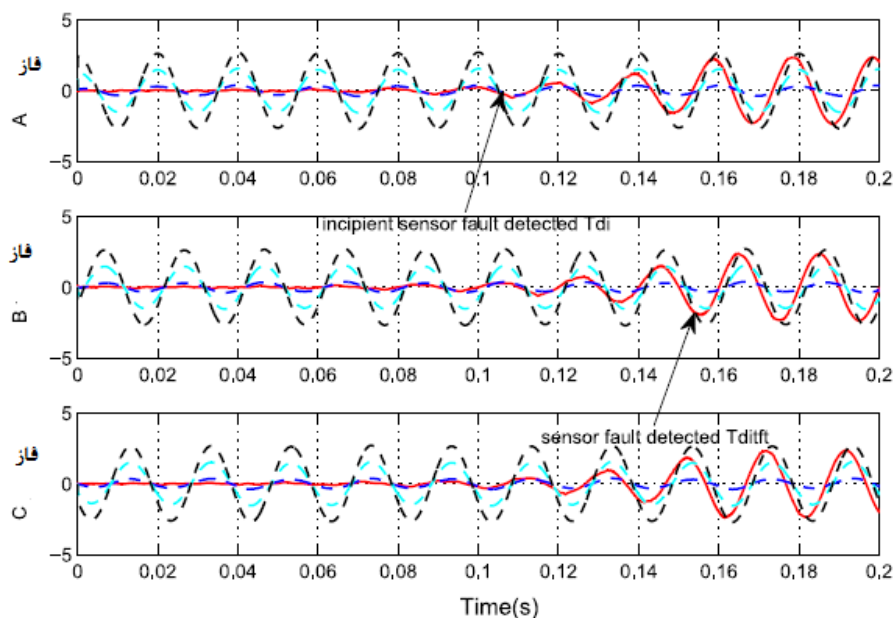
و آستانه شکست سنسور δ_3 (خط مشکی و خط چین) هستند. می توانیم درک کنیم که خطای اولیه سنسور در زمان

لحظه ای Tdi تشخیص داده می شود و گسترش آن در لحظه Tditft تعیین می شود.



شکل 6- گسترش خطای اولیه سنسور در محورهای d-q (برای فهم چگونگی تعیین رنگ ها به وب سایت نوشته

شده در این مقاله رجوع کنید)



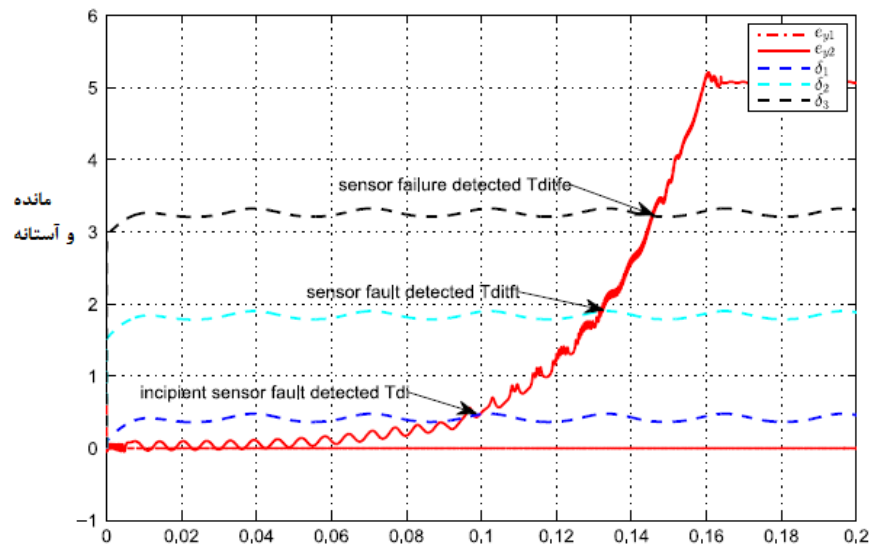
شکل 7- تشخیص گسترش خطای اولیه به خطای سنسور در محور A-B-C

5.2 گسترش خطای اولیه سنسور بصورت پیوسته و تشخیص شکست سنسور

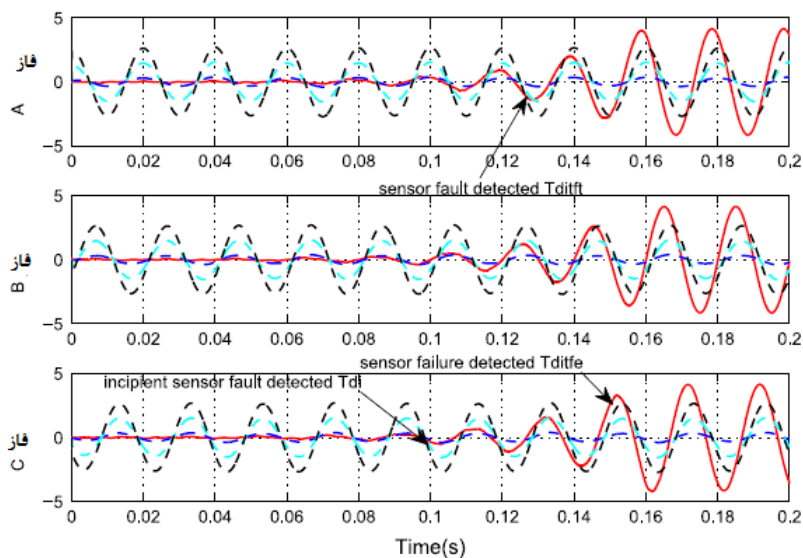
در اولین مورد، $\xi(x, u, t)$ به صورت زیر داده می‌شود:

$$\xi(x, u, t) = \begin{cases} e^{(65te^{-2t})} + 20 \sin(20x(1)) + 3 \cos(10 \sin(x(3))) + \\ 20 \sin(1000t) + 20 \cos(10x(5)x(3)) + [0.2, 20]u, & t < 0.16; \\ e^{(65se^{-2s})} + 20 \sin(20x(1)) + 3 \cos(10 \sin(x(3))) \\ + 20 \sin(2000t) + 20 \cos(10x(5)x(3)) + [0.2, 20]u, & s = 0.16, 0.16 < t < 0.2. \end{cases} \quad (59)$$

که البته پیوسته هستند. در مقایسه با مورد اول، خطای اولیه با سیگنال ورودی (59) سریعتر از خطای (56) گسترش می‌یابد (در شکل 8 و 9). همانطور که مشاهده می‌کنید، گسترش خطای اولیه به خطای سنسور در لحظه Tditfe رقم می‌خورد.



شکل-8- تشخیص گسترش خطای پیوسته تکه‌ای در محور q-d

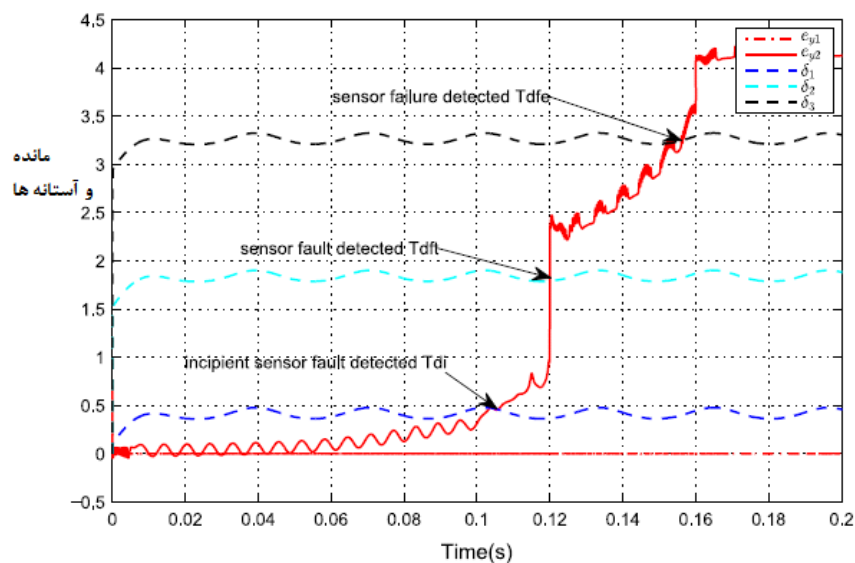


شکل-9- تشخیص گسترش خطای پیوسته تکه‌ای در محور A-B-C

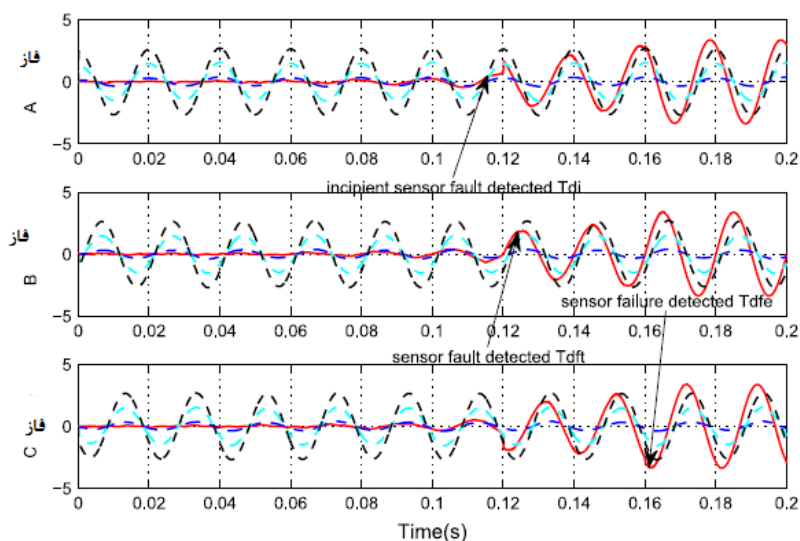
5.3 تشخیص خطای سنسور پیوسته تکه‌ای

در این مورد، خطای سنسور به صورت $\dot{f} = -1000f + \xi(x, u, t), f(0) = 0$ و پیوسته تکه‌ای است و در لحظه $t=0.12$ و $t=0.16$ ثانیه دارای پرش است. همان‌طور که در شکل‌های 10 و 11 مشاهده می‌کنید، خطای اولیه

سنسور در لحظه T_{di} تشخیص داده شده است. پس از پرش در لحظه $t=0.12$ ثانیه، خطای اولیه به خطای گسترش می‌یابد که در لحظه $T_{dft}=0.12$ ثانیه تشخیص داده شده است. سپس خطای سنسور به خرابی سنسور گسترش می‌یابد و در لحظه T_{dfe} تشخیص داده می‌شود.



شکل 10- تشخیص خطای پیوسته تکه ای در محور q-d



شکل 11- تشخیص خطای پیوسته تکه‌ای در محور A-B-C

6. نتیجه گیری

در این مقاله یک FDE مبنی بر مشاهده گر مد لغزان پیشنهاد شده است که به منظور تولید مانده برای سیستم‌های لپیشیز غیرخطی استفاده شده است و سطوح مناسب آستانه‌های تطبیقی نیز حاصل شد. همان‌طور که در این مقاله نشان داده شده است، سطوح مناسب آستانه‌های تطبیقی به طور موثر قابلیت شناسایی خطای اولیه را بهبود می‌بخشد. علاوه بر این، طرح‌های تصمیم‌گیری مبنی بر تشخیص خطای اولیه سنسور مورد مطالعه قرار گرفت، که در آن تشخیص گسترش خطای اولیه سنسور بصورت پیوسته به خرابی سنسور و خطای سنسور تکه پیوسته ای انجام شد. در نهایت، یک مثال کاربردی برای سیستم کششی در CRH (خط راه آهن سرعت بالا در چین) ارائه شد که تاثیر طرح‌های تشخیص گسترش خطای اولیه سنسور نشان داده شد.

سپاسگزاری ها

بخش از این کار توسط بنیاد ملی علوم طبیعی چین پشتیبانی شد (وام بلاعوض). پروژه ای که تامین مالی آن برعهده موسسات آموزش عالی جیانگ سو و بخش اعظمی از آن دانشگاه مرکزی بود (شماره NE2014202).

References

- [1] Frank PM. Enhancement of robustness in observer-based fault detection. *Int J Control* 1994;59(4):955–81.
- [2] Ding X, Frank PM. Fault detection via factorization approach. *Syst Control Lett* 1990;14(5):431–6.
- [3] Hou M, Patton RJ. Input observability and input reconstruction. *Automatica* 1998;34(6):789–94.
- [4] Frisk E, Nyberg M. A minimal polynomial basis solution to residual generation for fault diagnosis in linear systems. *Automatica* 2001;37(9):1417–24.
- [5] Zhong M, Ding SX, Lam J, Wang H. An LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain LTI systems. *Automatica* 2003;39(3):543–50.
- [6] Hamelin FDR, Sauter D. Robust fault detection in uncertain dynamic systems. *Automatica* 2000;36(11):1747–54.
- [7] Zhong GX, Yang GH. Fault detection for discrete-time switched systems with sensor stuck faults and servo inputs. *ISA Trans* 2015;58:196–205.

- [8] Liu J, Wang JL, Yang GH. An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection. *Automatica* 2005;41(11):1995–2004.
- [9] Chen W, Chowdhury FN, Djuric A. Robust fault detection of turbofan engines subject to adaptive controllers via a total measurable fault information residual ToMFIR technique. *ISA Trans* 2014;53(5):1383–8.
- [10] Hu J, Wen C, Li P. Direct projection to latent variable space for fault detection. *J Frankl Inst* 2014;351(3):1226–50.
- [11] Zhong GX, Yang GH. Robust control and fault detection for continuous time switched systems subject to a dwell time constraint. *Int J Robust Nonlinear Control* 2015;25(18):3799–817.
- [12] Zhong GX, Yang GH. Fault detection for uncertain switched systems with time-varying delays. *J Frankl Inst* 2015;352(4):1455–75.
- [13] Zhou Z, Wen C, Yang C. Fault detection using random projections and k-nearest neighbor rule for semiconductor manufacturing processes. *IEEE Trans Semicond Manuf* 2015;28(1):70–9.
- [14] Hermans FJJ, Zarrop MB. Sliding mode observers for robust sensor monitoring. In: *Proceedings of the 13th IFAC World congress*; 1996. p. 211–6.
- [15] Edwards C, Spurgeon SK, Patton RJ. Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica* 2000;36(4):541–53.
- [16] Tan CP, Edwards C. Sliding mode observers for detection and reconstruction of sensor faults. *Automatica* 2002;38(10):1815–21.
- [17] Tan CP, Edwards C. Sliding mode observers for robust detection and reconstruction of actuator and sensor faults. *Int J Robust Nonlinear Control* 2003;13(5):443–63.
- [18] Yan XG, Edwards C. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer. *Automatica* 2007;43(9):1605–14.
- [19] Alwi H, Edwards C, Tan CP. Sliding mode estimation schemes for incipient sensor faults. *Automatica* 2009;45(7):1679–85.
- [20] Zhang J, Swain AK, Nguang SK. Detection and isolation of incipient sensor faults for a class of uncertain non-linear systems. *IET Control Theory Appl* 2012;6(12):1870–80.
- [21] Chen W, Saif M. A sliding mode observer-based strategy for fault detection, isolation, and estimation in a class of Lipschitz nonlinear systems. *Int J Syst Sci* 2007;38(12):943–55.
- [22] Chen W, Chowdhury FN. A synthesized design of sliding mode and Luenberger observers for early detection of incipient faults. *Int J Adapt Control Signal Process* 2010;24(12):1021–35.
- [23] Utkin VI. *Sliding modes in control and optimization*. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona, Budapest: Springer Science and Business Media; 2013.
- [24] Clark R. *State estimation schemes for instrument fault detection, in fault diagnosis in dynamic systems*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall; 1989.
- [25] Frank PM. Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy: a survey and some new results. *Automatica* 1990;26(3):459–74.
- [26] Isermann R. *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Science & Business Media; 2013.
- [27] Isermann R. Model-based fault-detection and diagnosis-status and applications. *Annu Rev Control* 2005;29(1):71–85.
- [28] Chen J, Patton RJ. *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. New York: Springer Science & Business Media; 2012.
- [29] Saif M, Guan Y. A new approach to robust fault detection and identification. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst* 1993;29(3):685–95.
- [30] Edwards C, Spurgeon SK. Sliding mode stabilization of uncertain systems using only output information. *Int J Control* 1995;62(5):1129–44.
- [31] Edwards C, Yan XG, Spurgeon SK. On the solvability of the constrained Lyapunov problem. *IEEE Trans Autom Control* 2007;52(10):1982.
- [32] Kim DE, Lee DC. Feedback linearization control of three-phase UPS inverter systems. *IEEE Trans Ind Electron* 2010;57(3):963–8.
- [33] Ioannou PA, Sun J. *Robust adaptive control*. Courier Corporation; 2012.
- [34] Zhang X, Polycarpou MM, Parisini T. Fault diagnosis of a class of nonlinear uncertain systems with Lipschitz nonlinearities using adaptive estimation. *Automatica* 2010;46(2):290–9.
- [35] Zhang X. Sensor bias fault detection and isolation in a class of nonlinear uncertain systems using adaptive estimation [J]. *IEEE Trans Autom Control* 2011;56(5):1220–6.
- [36] Upchurch JM, González OR, Joshi SM. *Identifiability of additive time-varying actuator and sensor faults by state augmentation*. Old Dominion University; 2013.