

## بهینه سازی فرستنده و گیرنده برای سیستم تقویتی MIMO چند گره ای برای

### توزیع اطلاعات از منابع مختلف

#### چکیده

در این مقاله، ما یک سیستم دستگاه تقویتی چند ورودی چند خروجی (MIMO) برای توزیع اطلاعات را در نظر می گیریم که در آن چند فرستنده، پیام های خود را به یک گروه از گیرنده ها روی گره های متعدد توزیع می نمایند و تمام گره ها با چند آنتن مجهز شده اند. انتقال مشترک و مسئله طراحی دستگاه تقویتی پیش کدگذاری برای توزیع جریان های چندگانه داده ها بر اساس معیار خطای میانگین مربع حداکثر-حداقل (MSE) مورد بررسی قرار می گیرد. هدف ما، به حداقل رساندن حداکثر MSE از برآورد شکل موج سیگنال در میان تمام گیرنده های تحت محدودیت های توان در فرستنده ها و تمام گره های تقویتی است. این مسئله به طور عمده با متغیرهای ماتریس بسیار غیر محدب است و به دست آوردن راه حل دقیق بهینه بسیار سخت است. ما یک الگوریتم تکراری را برای بهینه سازی مشترک ماتریس های فرستنده، دستگاه تقویتی و گیرنده از طریق حل مسئله فرعی محدب توسعه می دهیم. با بهره برداری از ساختار بهینه ماتریس های پیش کدگذاری دستگاه تقویتی، تحت برخی از تقریب های کم، یک راه حل با پیچیدگی کم را برای این مسئله پیشنهاد می دهیم. به طور خاص، ما نشان می دهیم که تحت فرضیه نسبت سیگنال به نویز (SNR) بالا (در حد متوسط)، مسئله بهینه سازی حداکثر-حداقل را می توان با استفاده از روش برنامه نویسی نیمه قطعی (SDP) حل نمود. شبیه سازی های عددی نشان دهنده اثربخشی الگوریتم ارائه شده است.

## 1. مقدمه

در بسیاری از سیستم های ارتباطی عملی، چند کاربر (فرستنده) باید پیام های خود را به یک گروه از گیرنده ها به طور همزمان ارسال نمایند. ساده ترین راه برای ارسال داده ها به گیرنده های چندگانه به طور همزمان، انتقال نسخه های تک تک از داده ها به هر یک از گیرنده ها است. با این حال، این کار بسیار ناکارآمد است، زیرا نسخه های متعدد از این داده ها از منبع از طریق یک یا چند شبکه ارسال می شوند. توزیع اطلاعات از یک منبع به چند منبع و از چند منبع به چند منبع انتقال تنها را که توسط چند کاربر دریافت می شود را میسر می سازد و به طور قابل توجهی پهنای باند مورد نیاز را کاهش می دهد. به عنوان مثال، در زمینه های جنگ، نیروهای نظامی، وضعیت فعلی خود را به اشتراک گذارند و پیام های مخفی را به گروه های متحد انتقال دهند. در سناریو بازی های تعاملی آنلاین، تمام شرکت کنندگان علاقه مند به دانستن وضعیت فعلی رقبای خود هستند. اگر شرکت کنندگان اطلاعات خود را به طریق گفته شده توزیع نمایند، کاربران علاقه مند می توانند تمام پیام ها را به طور همزمان دریافت کنند. توزیع اطلاعات از منابع مختلف نیز می تواند برای حمایت از ویدئو کنفرانس و توزیع رسانه ای در میان کاربران مختلف مورد استفاده قرار گیرد.

ماهیت انتشار از کانال های بی سیم آن را به طور طبیعی، برای برنامه های کاربردی توزیع اطلاعات از یک منبع به چند منبع و از چند منبع به چند منبع مناسب نموده است، زیرا انتقال تک می تواند به طور همزمان توسط کاربران متعدد دریافت شود. به تازگی، فناوری بی سیم برای توزیع اطلاعات، علاقه تحقیقاتی بزرگی را با توجه به افزایش تقاضا برای برنامه های کاربردی تلفن همراه مانند رسانه های جریان، به روز رسانی نرم افزارها، و خدمات مبتنی بر مکان شامل ارتباطات گروهی به خود جلب کرده است. کاربردهای توزیع اطلاعات خاص، شامل IP-TV زنده، رادیو اینترنتی، ویدئو کنفرانس و برنامه های اینترنتی می شود. با این حال، شبکه های بی سیم در حال محو شدن هستند. با بهره برداری از تنوع فضایی، تکنیک های چند آنتن را می توان برای مبارزه با محو شدن کانال ها استفاده نمود [1]، [2]. استانداردهای ارتباط بی سیم نسل بعدی مانند 802. 16 m Wimax و 3GPP LTE-پیشرفته در حال

حاضر شامل فن آوری هایی می شود که راه حل های توزیع بهتر را بر اساس توزیع اطلاعات بر اساس چند آنتن و تکنیک های تشکیل پرتو میسر می سازد [3].

با توجه به ماهیت غیر محدب آن، مسئله طراحی بردارهای بهینه تشکیل پرتو برای توزیع اطلاعات به طور کلی سخت است. نویسندگان [4]، تشکیل دهنده های پرتوی انتقال را برای توزیع اطلاعات لایه فیزیکی با استفاده از تسهیلات رتبه را طراحی کرده اند که در آن دو معیار طراحی، یعنی به حداقل رساندن توان انتقال تحت حداقل نسبت سیگنال به نویز دریافت شده (SNR) در هر یک از گیرنده های در نظر گرفته شده و یک مسئله SNR حداقل-حداکثر مرتبط تحت محدودیت انتقال توان اتخاذ شدند. در [4] ثابت شده است که هر دو مسئله NP-سخت هستند. با استفاده از طرح های انتقال با پیچیدگی کمتر، زمانی که تعداد آنتن ها و / یا کاربران به بی نهایت میل نمود، ظرفیت نظری اطلاعات از کانال توزیع اطلاعات با چند آنتن در [5] با تمرکز ویژه روی مقیاس بندی ظرفیت و نرخ های دست یافتنی مطالعه شد. اثر همبستگی مکانی کانال به ظرفیت توزیع اطلاعات در [6] بررسی شده است. حدود ظرفیت مجانبی کانال توزیع اطلاعات چند آنتن در [7] بر اساس انتخاب زیر مجموعه آنتن ها مورد مطالعه قرار گرفته است. نویسندگان [8]، طراحی انتقال پیش کدگذاری را برای سیستم های توزیع اطلاعات چند آنتن مورد بررسی قرار دادند که در آن اطلاعات حالت کانال (CSI) از طریق بازخورد محدود به دست می آید. نویسندگان [9]، طراحی کوواریانس انتقال را برای یک مسئله حداکثر نمودن میزان محرمانگی در نظر گرفتند که در آن یک فرستنده چند آنتن، یک پیام محرمانه را به چند گیرنده های آنتن-تک در حضور چند استراق سمع چند آنتن ارائه می دهد. در [9]، کران بالا و کران پایین نرخ محرمانگی توزیع اطلاعات از طریق تقریب محدب تعریف شده است.

آثار [9] - [4]، مسائل تشکیل پرتوی حداقل-حداکثر نرخ - SNR را با کمک آرامش نیمه معین (SDR) و تقریب تک مرتبه ای حل نمودند. توجه داشته باشید که رویکرد آرامش-رتبه به طور کلی کمتر از حد بهینه است. در [10] [11] -، یک راهبرد تشکیل پرتو تصادفی برای توزیع اطلاعات چند آنتن ارائه شده است که در آن تصادفی سازی توسط SDR هدایت می شود، اما بدون نیاز به تقریب تک رتبه ای. در حالی که استفاده از کد نویسی کانال و فرض طول کد به اندازه کافی طولانی، نقش حیاتی در دستیابی به نتیجه فوق بازی می کند، ترکیبی از تشکیل پرتوی

انتقال و کد فضا-زمان Alamouti نیز در [11] در نظر گرفته شده است که تعمیم دو رتبه ای از تشکیل پرتو بر اساس SDR را ارائه می دهد. محدودیت اساسی تشکیل پرتوی حداقل-حداکثر این است که زمانی که تعداد کاربران به بی نهایت افزایش می یابد، سرعت دست یافتنی به صفر کاهش می یابد [5]. برای حل این مسئله، یک روش تشکیل پرتو پیوسته و کنترل پذیرش در [12] و [13] توسعه داده است که در آن یک زیر مجموعه از کاربران انتخاب می شود به طوری که برخی از الزامات کیفیت خدمات (QoS) می تواند برآورده شود. یک الگوریتم تشکیل پرتوی انتقال تکرار شونده در [13] برای چند گروه توزیع اطلاعات کانال همزمان برای به حداقل رساندن توان کل مصرف شده توسط آرایه آنتن تحت محدودیت های نسبت سیگنال به تداخل به علاوه نویز (SINR) در گیرنده ها ارائه شد. با این حال، روش مورد استفاده در [13] دارای پیچیدگی محاسباتی بالا است. نویسندگان در [14] با ترکیب مفهوم برنامه نویسی مخروطی تکرار شونده مرتبه دوم (SOCP) با روش های نقطه-داخلی، به کاهش پیچیدگی [13] اقدام نمود.

در حالی که آثار [14] - [4]، سیستم های توزیع اطلاعات را با گیرنده های تک آنتن بررسی نمودند، اخیراً گیرنده های چند آنتن [17] - [15] برای سیستم های توزیع اطلاعات را در نظر گرفتند، زیرا تشکیل پرتوی گیرنده می تواند به میزان قابل توجهی عملکرد سیستم را بهبود بخشد. به طور خاص، تکنیک های پرتوساز هماهنگ در [15] مورد بررسی قرار گرفته است، که در آن یک شکل کلی از قطری سازی بلوک برای ایجاد انتقال های متعامد به گروه های توزیع اطلاعات مجزا با استفاده از گیرنده های چند آنتن مطرح شده است. مقیاس بندی سرعت دست یافتنی با تعداد بیشتر از کاربران در [16] برای توزیع اطلاعات چند ورودی چند خروجی (MIMO) مورد بررسی قرار گرفت که در آن انتقال در لایه کاربردی روی تعداد تحقق های کانال کد گذاری می شود. در [17]، تشکیل دهنده های پرتوی انتقال غیر تکراری نزدیک به بهینه برای لایه توزیع اطلاعات لینک بی سیم با کانال های حقیقی طراحی شده اند و برای کانال ها با ارزش پیچیده، یک مرز بالا روی نرخ توزیع اطلاعات استنتاج می شود.

کارهای [17] - [3] سیستم های توزیع اطلاعات تک گره را در نظر گرفته اند. با این حال، زمانی که فاصله فرستنده-گیرنده افزایش می یابد، می شود، اتخاذ گره های تقویتی به شکلی موثر در مبارزه با افت مسیر کانال بی

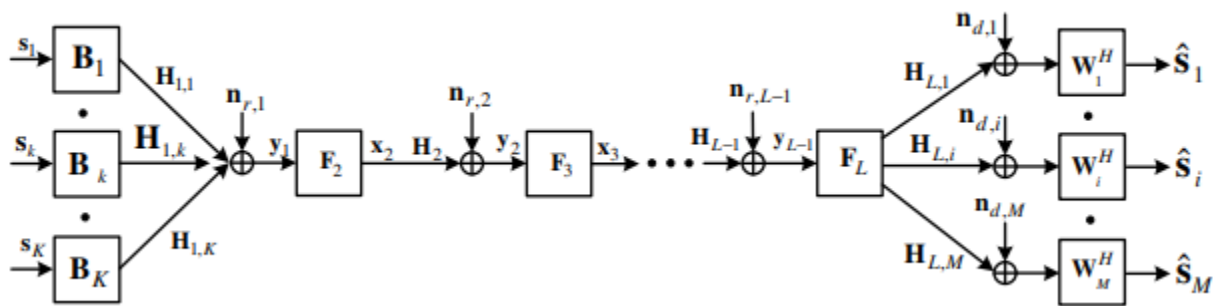
سیم لازم می شود. گره های تقویتی نیز برای غلبه بر اثر سایه لینک های بی سیم در مناطق بزرگ شهری با ساختمان های غول پیکر و موانع دیگر، مناطق پشت تپه و غیره ضروری می باشند. از این رو، تلاش هایی برای طراحی بهینه تشکیل پرتو برای توزیع اطلاعات روی یک گره با استفاده از گره های تقویتی صورت گرفته است. یک شبکه تقویتی برای توزیع اطلاعات چند گروهی [18] در نظر گرفته می شود و یک الگوریتم تشکیل پرتوی توزیع شده برای به حداقل رساندن توان دستگاه تقویتی کل پیشنهاد شد که در آن هر گره با یک آنتن منفرد مجهز می شود. نویسندگان در [19] حد پایین برای احتمال قطع برق را برای طرح های توزیع اطلاعات چند آنتن بر اساس راهبرد تقویت و ارسال (AF) مورد مطالعه قرار دادند که در آن کاربران با یک آنتن منفرد مجهز شدند. در [20]، زمانبندی توزیع اطلاعات با جلسات متعدد و کانال های متعدد بررسی شدند که در آن ایستگاه پایه می تواند داده ها را در دو جلسه با استفاده از MIMO به طور همزمان از طریق همان کانال توزیع نماید و مورد بررسی قرار گرفت و به کاربران اجازه داده شد تا با همکاری یکدیگر در کانال های متعامد کمک نمایند. بنابراین، این طرح در [20] منجر به نرخ های توزیع اطلاعات بالاتر از انتقال تک جلسه انتقال مشترک بود و دستگاه تقویتی پیش کدگذاری مسئله طراحی در [21] - [22] برای دو گره برای سیستم تقویتی MIMO توزیع اطلاعات مورد بررسی قرار گرفت که در آن تمام گره ها با چند آنتن مجهز شده بودند. یک الگوریتم تکراری در [22] برای بهینه سازی ماتریس های منبع، دستگاه تقویتی و گیرنده ها به طور مشترک توسعه یافته اند. به منظور کاهش پیچیدگی محاسباتی الگوریتم تکرار شونده، یک الگوریتم ساده نیز در [21] - [22] برای سیستم توزیع اطلاعات دو گره ای ارائه شده است. توزیع اطلاعات از منابع مختلف در یک سیستم تقویتی MIMO دو گره ای در [23] در نظر گرفته شده است.

در این مقاله، ما سیستم های تقویتی MIMO چند گره ای توزیع اطلاعات را در نظر می گیریم که در آن چند فرستنده، پیام های خود را به یک گروه از گیرنده ها با کمک گره های تقویتی متعدد واقع در چند مجموعه در نظر توزیع می نماید. فرستنده ها، گره های تقویتی و گیرنده ها همه با چند آنتن مجهز می شوند. چنین سیستم تقویتی MIMO توزیع اطلاعات (از منابع مختلف) در آثار موجود بررسی نشده است. توجه داشته باشید که مقاله ما، طرح توزیع اطلاعات را در [21] - [22] با دو روش تعمیم می دهد. در مرحله اول، ما توزیع اطلاعات را از منابع مختلف به

جای یک فرستنده برای توزیع اطلاعات در [22] - [21] در نظر می گیریم. در مرحله دوم، ما یک سیستم طرح توزیع اطلاعات تقویتی MIMO چند گره ای را با هر تعداد از گره ها تعمیم می دهیم. این تعمیم در مورد فاصله طولانی منبع به مقصد مهم است که در آن یک دستگاه تقویتی دو گره ای کافی نیست و دستگاه تقویتی چند گره ای برای ایجاد یک لینک منبع- مقصد قابل اعتماد لازم است. واضح است که با توجه به معرفی کاربران مختلف و گره های متعدد، تجزیه ماتریس خطای میانگین مربع (MSE) و از این رو روش بهینه سازی ماتریس های منبع و دستگاه تقویتی برای سیستم دو گره ای تک فرستنده بیشتر به چالش کشیده می شود. به خاطر سادگی پیاده سازی، ما راهبرد تقویتی AF را در تمام گره های تقویتی انتخاب می نماییم. ما مسئله طراحی انتقال مشترک و پیش کدگذاری دستگاه تقویتی را بر اساس معیار MSE ماکزیمم-مینیمم در نظر می گیریم. هدف ما، به حداقل رساندن حداکثر MSE از برآورد سیگنال شکل موج در میان تمام گیرنده های تحت محدودیت های توان در فرستنده ها و گره های تقویتی است. این مسئله بسیار غیر محذب با متغیرهای ماتریس است و به دست آوردن راه حل دقیقاً بهینه بسیار دشوار است. ما یک الگوریتم تکراری را به طور مشترک برای بهینه سازی ماتریس های فرستنده، دستگاه تقویتی و گیرنده از طریق حل مسائل فرعی محذب توسعه می دهیم. با بهره برداری از ساختار بهینه ماتریس های پیش کدگذاری تقویتی، یک راه حل با پیچیدگی کم را برای این مسئله تحت برخی از تقریب های خفیف پیشنهاد می دهیم. ما همان مفهوم از فرض SNR بالا در [22] را به منظور تجزیه پیچیده بهینه سازی مسئله اصلی به مسئله فرعی که به راحتی قابل حل است را اعمال می نماییم. به طور خاص، ما نشان می دهیم که تحت (در حد متوسط) فرض SNR بالا، مسئله را می توان با استفاده از تکنیک های استاندارد برنامه نویسی نیمه معین (SDP) حل نمود. شبیه سازی های عددی نشان دهنده اثربخشی الگوریتم های ارائه شده است. توجه داشته باشید که الگوریتم های ارائه شده از توزیع اطلاعات جریان داده های مختلف در مقایسه با طرح های توزیع جریان داده های تک موجود پشتیبانی می نماید [20]-[3]. در این مقاله، برای راحتی نوشتاری، ما یک سیستم حامل- واحد باند-باریک را در نظر می گیریم. با این حال، نتایج خود را می توانیم به طور سرراست برای هر حامل فرعی از سیستم تقویتی MIMO توزیع اطلاعات چند حامل پهنای باند تعمیم دهیم.

بقیه این مقاله به شرح زیر است. در بخش دوم، مدل سیستم برای شبکه تقویتی MIMO توزیع اطلاعات چند گره ای معرفی شده است. الگوریتم های طراحی ماتریس های انتقال پیوسته و تقویتی پیش کدگذاری در بخش سوم توسعه یافته است. بخش چهارم، نتایج شبیه سازی است که توجیه اهمیت این الگوریتم ارائه شده تحت سناریوهای مختلف را نشان می دهد. و در بخش پنجم، نتایج ارائه شده اند.

شکل 1. بلوک دیاگرام سیستم تقویتی MIMO چند گره ای برای توزیع اطلاعات



## 2. مدل سیستم

ما یک سیستم توزیع اطلاعات MIMO،  $L$  گره ای ( $L \geq 2$ ) را در نظر می گیریم که در آن  $K$  فرستنده به طور همزمان اطلاعات خود را به  $M$  گیرنده با استفاده از  $L - 1$  گره تقویتی توزیع می نمایند همانطور که در شکل 1 نشان داده شده است. فرستنده  $k$ ام و گره تقویتی  $l$ ام با  $N_{s,k}$  و  $N_l$  آنتن مجهز می شوند. به خاطر سادگی نوشتاری، ما فرض کنیم که هر یک از گیرنده ها دارای  $N_d$  آنتن است. الگوریتم های توسعه یافته در این مقاله می تواند به طور صریح به سیستم های توزیع اطلاعات گسترش یابد که در آن گیرنده ها دارای تعداد مختلف از آنتن ها هستند. فرستنده ها، نمادهای حامل-اطلاعات برای تمام گیرنده ها با کمک  $L-1$  گره تقویتی توزیع می نمایند. لینک های مستقیم بین فرستنده ها و گیرنده ها و لینک های بین هر دو دستگاه تقویتی غیر متوالی در نظر گرفته نمی شوند از آنجایی که ما فرض می کنیم که این لینک های مستقیم تحت تضعیفات مسیر بسیار بزرگتر در مقایسه با لینک ها از طریق گره (های) متوسط (تقویتی) قرار می گیرند.

ما فرض می کنیم که گره های تقویتی در حالت نیمه دوطرفه کار می کنند. بنابراین ارتباط بین فرستنده و گیرنده در بازه های زمانی  $L$  انجام می شوند. در بازه زمانی اول، فرستنده  $k$ ام به طور خطی بدار ملدوه شده سیگنال  $s_k$  را توسط یک ماتریس پیش کدگذاری  $N_{b,k} \times 1$  ( $1 \leq N_{b,k} \leq N_{s,k}$ ) را  $N_{s,k} \times N_{b,k}$  پیش کدگذاری می کند و بردار پیش کدگذاری شده  $B_k s_k$  را به گره تقویتی اول منتقل می نماید. ما فرض می کنیم که  $E[s_k s_k^H] = I_{N_{b,k}}$ ، که در آن  $E[\cdot]$  نشان دهنده انتظار آماری،  $(\cdot)^H$  مخفف ماتریس ترانهاده Hermitian، و  $\ln$  یک ماتریس واحد  $n^* \times n$  است. ما  $N_b = \sum_{k=1}^K N_{b,k}$  را به عنوان تعداد کلی جریان های داده مستقل از تمام فرستنده ها نشان می دهیم. به منظور انتقال جریان داده مستقل  $N_b$  به طور همزمان و  $N_b \leq \min(\{N_l\}, N_d)$ ، است که در آن  $\{N_l\} = \{N_l, l = 1, \dots, L-1\}$ . بردار سیگنال دریافت شده در گره تقویتی اول برابر می شود با

$$y_1 = \sum_{k=1}^K H_{1,k} B_k s_k + n_{r,1} \triangleq H_1 x_1 + n_{r,1} \quad 1)$$

که در آن  $H_{1,k}$ ، ماتریس کانال MIMO  $N_1 \times N_{s,k}$  بین فرستنده  $k$ ام و اولین گره تقویتی،  $y_1$  است و  $n_{r,1}$ ، بردارهای نویز گاوسی معرفی شده و افزودنی سیگنال دریافت شده در گره تقویتی اول می باشد.  $\bar{s} \triangleq [s_1^T, \dots, s_K^T]^T$ ،  $x_1 = F_1 \bar{s}$ ،  $F_1 \triangleq \text{bd}(B_1, \dots, B_K)$ ،  $[H_{1,1}, \dots, H_{1,K}]$  در اینجا (0) BD مخفف یک ماتریس قطری بلوک و  $(\cdot)^T$  نشان دهنده ترانهاده ماتریس (بردار) است.

رابطه ورودی-خروجی در گره تقویتی  $l$ ام برابرست با

$$x_{l+1} = F_{l+1} y_l, \quad l = 1, \dots, L-1 \quad 2)$$

که در آن  $F_{l+1}, l = 1, \dots, L-1$ ، ماتریس تقویت کننده  $N_l \times N_l$  در گره تقویتی  $l$ ام است و  $y_l, l = 1, \dots, L-1$ ، بردار سیگنال  $N_l \times 1$  دریافت شده در گره تقویتی  $l$ ام به صورت زیر است

$$y_l = H_l x_l + n_{r,l}, \quad l = 1, \dots, L-1 \quad 3)$$



که در آن  $\mathbf{H}_l, l = 1, \dots, L-1$ ، ماتریس کانال  $N_l \times N_{l-1}$  MIMO برای گره ام  $y_l$  ( $N_0 = N_b$ ) است و  $\mathbf{n}_{r,l}$ ، سیگنال دریافت شده  $N_l \times 1$  و بردارهای افزودنی نویز گاوسی معرفی شده در گره تقویتی ام هستند. با استفاده از (1) و (2)، برای حالت (3)  $L \geq 3$ ، داریم

$$y_l = \prod_{i=l}^1 (\mathbf{H}_i \mathbf{F}_i) \mathbf{s} + \sum_{j=2}^l \left( \prod_{i=l}^j (\mathbf{H}_i \mathbf{F}_i) \mathbf{n}_{r,j-1} \right) + \mathbf{n}_{r,l} \\ \triangleq \mathbf{A}_l \mathbf{s} + \bar{\mathbf{n}}_{r,l}, \quad l = 2, \dots, L-1. \quad (4)$$

در اینجا برای ماتریس های  $\mathbf{X}_i, \prod_{i=l}^k (\mathbf{X}_i) \triangleq \mathbf{X}_l \cdots \mathbf{X}_k, \mathbf{A}_l \triangleq \prod_{i=l}^1 (\mathbf{H}_i \mathbf{F}_i)$  ماتریس کانال MIMO معادل  $N_l \times N_b$  از گره های منبع به گره ام و  $\sum_{j=2}^l \left( \prod_{i=l}^j (\mathbf{H}_i \mathbf{F}_i) \mathbf{n}_{r,j-1} \right) + \mathbf{n}_{r,l}$

$\bar{\mathbf{n}}_{r,l} \triangleq$  بردار معادل نویز  $N_l \times 1$  است. بنابراین ماتریس کوواریانس

$\mathbf{C}_l = \mathbf{E}[\bar{\mathbf{n}}_{r,l} \bar{\mathbf{n}}_{r,l}^H], l = 1, \dots, L-1$  توسط  $\bar{\mathbf{n}}_{r,l}, \mathbf{C}_1 = \mathbf{I}_{N_1}$  و برای سیستم ها با  $L \geq 3$

برابر می شود با

$$\mathbf{C}_l = \sum_{j=2}^l \left( \prod_{i=l}^j (\mathbf{H}_i \mathbf{F}_i) \prod_{i=j}^l (\mathbf{F}_i^H \mathbf{H}_i^H) \right) + \mathbf{I}_{N_l}, \\ l = 2, \dots, L-1.$$

در نهایت، آخرین گره تقویتی، بردار سیگنال پیش کدگذاری شده  $\mathbf{x}$  را به تمام  $M$  گره مقصد توزیع می کند. از (1)

(4)، بردار سیگنال دریافتی در گیرنده ام را می توان به صورت زیر نوشت

(5)

$$y_{d,i} = \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{x}_L + \mathbf{n}_{d,i} \\ = \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{F}_L \prod_{l=L-1}^1 (\mathbf{H}_l \mathbf{F}_l) \mathbf{s} + \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{F}_L \\ \triangleq \bar{\mathbf{A}}_i \mathbf{s} + \bar{\mathbf{n}}_i, \quad i = 1, \dots, M \times \left( \sum_{j=2}^{L-1} \left( \prod_{l=L-1}^j (\mathbf{H}_l \mathbf{F}_l) \mathbf{n}_{r,j-1} \right) + \mathbf{n}_{r,L-1} \right) + \mathbf{n}_{d,i}$$

که در آن  $\mathbf{H}_{L,i}$ ، ماتریس کانال MIMO  $N_d \times N_{L-1}$  بین آخرین گره تقویتی و گیرنده  $M$  و

$\mathbf{n}_{d,i}$  و  $N_d \times 1$  بردار نویز گاوسی افزوده در گیرنده  $M$  است. در (5)،  $\mathbf{H}_{L,i} \mathbf{F}_L \prod_{l=L-1}^1 (\mathbf{H}_l \mathbf{F}_l)$

$\bar{\mathbf{A}}_i \triangleq$  در کانال MIMO معادل  $N_d \times N_b$  بین فرستنده ها و گیرنده  $M$  است و

$$\bar{\mathbf{n}}_i \triangleq \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{F}_L \left( \sum_{j=2}^{L-1} \left( \prod_{l=L-1}^j (\mathbf{H}_l \mathbf{F}_l) \mathbf{n}_{r,j-1} \right) + \mathbf{n}_{r,L-1} \right) + \mathbf{n}_{d,i}$$

بردار نویز معادل  $N_d \times 1$  در گیرنده  $M$  است. ما فرض می کنیم که همه نویزها مستقل هستند و نویز پیچیده دایروی متقارن گوسی با میانگین صفر و واریانس واحد به طور یکسان توزیع شده (IID) می باشند. بنابراین

$N_d \times N_d$  ماتریس کواریانس  $\bar{\mathbf{C}}_i = E[\bar{\mathbf{n}}_i \bar{\mathbf{n}}_i^H]$ ، برابر است با

$$\bar{\mathbf{C}}_i = \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{F}_L \left( \sum_{j=2}^{L-1} \left( \prod_{l=L-1}^j (\mathbf{H}_l \mathbf{F}_l) \prod_{l=j}^{L-1} (\mathbf{F}_l^H \mathbf{H}_l^H) \right) + \mathbf{I}_{N_{L-1}} \right) \mathbf{F}_L^H \mathbf{H}_{L,i}^H + \mathbf{I}_{N_d}, \quad i = 1, \dots, M.$$

ما فرض می کنیم که گره های تقویتی و گیرنده ها ماتریس وزن خود را محاسبه می نمایند. علاوه بر این، گره تقویتی اولین، ماتریس های انتقال بهینه  $\mathbf{B}_i, i = 1, \dots, K$ ، را محاسبه می کند. بنابراین فرستنده ها هیچ نیازی به آگاهی از کانال ندارند، آنها ماتریس های پیش کدگذاری خود را با یک بازخورد از اولین گره تقویتی دست می آورند. گره  $M$ ،  $l = 2, \dots, L-1$ ، CSI را از کانال رو به عقب آن  $\mathbf{H}_{l-1}$  و کانال رو به جلو آن  $\mathbf{H}_l$  می شناسد. در عمل، CSI رو به عقب را می توان از طریق روش های آموزشی استاندارد به دست آورد. CSI رو به جلو مورد نیاز در گره  $M$ ، دقیقا CSI عقب مانده در گره  $(L+1)$  است، و به این ترتیب می تواند با یک بازخورد از  $(L+1)$  گره به دست آید. آخرین گره تقویتی می تواند CSI را از  $\mathbf{H}_{L,i}, i = 1, \dots, M$ ، با یک بازخورد از گیرنده  $M$  به دست آورد و گیرنده  $M$  را می شناسد.

ما همچنین فرض کنیم که تمام کانال ها شبه استاتیک هستند، به عنوان مثال، ماتریس های کانال  $\mathbf{H}_{L,i}, i = 1, \dots, M$ ، و  $\mathbf{H}_{1,k}, k = 1, \dots, K$ ،  $\mathbf{H}_l, l = 2, \dots, L-1$ ، در طول یک بلوک از انتقال

ثابت می باشند. مدل کانال شبه ایستا در عمل معتبر است زیرا محو شدن کانال های تقویتی بی سیم اغلب نسبتاً آهسته است هر زمان که تحرک دستگاه های تقویتی نسبتاً کم است، و برای دستگاه های تقویتی استاتیک، CSI می تواند تقریباً ثابت باشد. بنابراین، بدین ترتیب، CSI لازم را می توان در هر گره با دقت قبولی بالا در طول دوره آموزش کانال به دست آورد. بررسی حساسیت الگوریتم های پیشنهاد شده در این مقاله با توجه به CSI از رده خارج شده در حالات تحرک بالا می تواند یک کار جالب برای آینده باشد. توجه داشته باشید که هر یک از گیرنده ها تنها نیاز به CSI از کانال خود با دستگاه تقویتی و از کانال های گره عقب مانده دارد (L-1). این یک فرض بسیار مهم برای ارتباطات ر توزیع اطلاعات است از آنجا که یک سناریو برای توزیع اطلاعات گیرنده های توزیع شده است. هدف ما بهبود عملکرد سیستم از طریق ماتریس های بهینه سازی، انتقال و تقویتی پیش کدگذاری است. معمولاً، عملکرد سیستم با کیفیت خدمات و منابعی است که مصرف می کند. رایج ترین معیارهای کیفیت خدمات مورد استفاده شامل MSE برای برآورد شکل موج سیگنال، نرخ خطای-بیتی (BER)، ظرفیت سیستم و SNR خروجی می شود. جالب توجه است که اندازه گیری های کیفیت خدمات فوق را می توان از نظر [24] MSE بیان نمود. از سوی دیگر، منابعی که یک سیستم توزیع اطلاعات مصرف می کند، شامل طیف توان و انتقال می شود. در بخش بعدی، ما بهینه سازی منبع و ماتریس پیش کدگذاری تقویتی را به منظور بهبود عملکرد MSE در سیستم در نظر می گیریم. این مسئله، به به حداقل رساندن بدترین کاربر MSE از برآورد شکل موج سیگنال تحت محدودیت های توان انتقال در فرستنده ها و گره های تقویتی می پردازد.

### 3. فرستنده مبتنی بر حداقل-حداکثر MSE بر اساس طراحی دستگاه تقویتی

با توجه به سادگی آن، یک گیرنده خطی در هر گره مقصد برای بازبازی سیگنال های منتقل شده استفاده می شود. با نشان دادن  $W_i$  به عنوان یک ماتریس وزن  $N_d \times N_b$  و در گیرنده  $i$  ام، بردار سیگنال  $\hat{s}_i$  تخمین زده شده برابر می شود با

$$\hat{s}_i = W_i^H y_{d,i}, \quad i = 1, \dots, M. \quad (6)$$

از (6)، MSE از برآورد شکل موج سیگنال در گیرنده ام برابر است با

$$\begin{aligned} E_i &= \text{tr}(\mathbb{E} [(\hat{\mathbf{s}}_i - \mathbf{s})(\hat{\mathbf{s}}_i - \mathbf{s})^H]) \\ &= \text{tr}((\mathbf{W}_i^H \bar{\mathbf{A}}_i - \mathbf{I}_{N_b})(\mathbf{W}_i^H \bar{\mathbf{A}}_i - \mathbf{I}_{N_b})^H + \mathbf{W}_i^H \bar{\mathbf{C}}_i \mathbf{W}_i), \\ &\quad i = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (7)$$

$$i = 1, \dots, M$$

که در آن  $\text{tr}(\cdot)$  نشان دهنده ماتریس ردیابی است. اجازه دهید ماتریس  $N_l \times N_l$  را معرفی نماییم

$$\begin{aligned} \Psi_l = \mathbf{A}_l \mathbf{A}_l^H + \mathbf{C}_l &= \sum_{j=1}^l \left( \prod_{i=l}^j (\mathbf{H}_i \mathbf{F}_i) \prod_{i=j}^l (\mathbf{F}_i^H \mathbf{H}_i^H) \right) \\ &+ \mathbf{I}_{N_l}, \quad l = 1, \dots, L-1. \end{aligned} \quad (8)$$

بدیهی است، توان مصرف شده توسط فرستنده  $k$  ام  $\text{tr}(\mathbf{B}_k \mathbf{B}_k^H)$ ،  $k = 1, \dots, K$  و از (2)، توان انتقال مصرف

شده توسط گره تقویتی ام برابر است با

$$\text{tr}(\mathbb{E} [\mathbf{x}_{l+1} \mathbf{x}_{l+1}^H]) = \text{tr}(\mathbf{F}_{l+1} \Psi_l \mathbf{F}_{l+1}^H), \quad l = 1, \dots, L-1. \quad (9)$$

در ادامه، ما به حداقل رساندن حداکثر MSE را در میان تمام گیرنده های تحت محدودیت های توان در فرستنده و

گره های تقویتی برای بهینه سازی انتقال و ماتریس های دستگاه تقویتی را در نظر می گیریم.

با توجه به محدودیت های توان در فرستنده ها و گره های تقویتی، هدف ما، به حداقل رساندن حداکثر MSE از

برآورد شکل موج سیگنال در میان تمام گیرنده ها است. این فرمول بندی مسئله زمانی مهم است که مصرف برق

یک محدودیت دقیق سیستم است که می تواند رفع شود. در این مورد، مسئله بهینه سازی ماتریس های انتقال،

تقویت و دریافت می تواند به صورت زیر فرموله شود

$$\min_{\{\mathbf{B}_k\}, \{\mathbf{F}_l\}, \{\mathbf{W}_i\}} \max_i E_i \quad (10A)$$

$$\text{s.t. } \text{tr}(\mathbf{F}_l \Psi_{l-1} \mathbf{F}_l^H) \leq P_{r,l}, \quad l = 2, \dots, L \quad (10B)$$

$$\text{tr}(\mathbf{B}_k \mathbf{B}_k^H) \leq P_{s,k}, k = 1, \dots, K \quad (10C)$$

که در آن  $\{\mathbf{W}_i\} \triangleq \{\mathbf{W}_i, i = 1, \dots, M\}$ ,  $\{\mathbf{F}_l\} \triangleq \{\mathbf{F}_l, l = 1, \dots, L\}$ ,  $\{\mathbf{B}_k\} \triangleq \{\mathbf{B}_k, k = 1, \dots, K\}$ , (10b) محدودیت های توان انتقال در گره تقویتی (10c) و  $P_{r,l} > 0, P_{s,k} > 0$  بودجه های متناظر توان می باشند. در (L-1) ام و فرستنده  $k$  ام، به ترتیب می باشند و  $P_{r,l} > 0, P_{s,k} > 0$  بودجه های متناظر توان می باشند. در ادامه، ما برای اولین بار یک الگوریتم تکرار برای حل مسئله (10) را توسعه می دهیم و پس از آن ما یک راه حل با پیچیدگی کم را برای مسئله (10) بر اساس برخی از تقریب های خفیف پیشنهاد می دهیم.

### A. روش تکراری

این الگوریتم با  $\{\mathbf{F}_l\}$  و  $\{\mathbf{B}_k\}$  تصادفی شروع می شود که (10B) و (10C) را برآورده می سازد. در هر تکرار، ماتریس های فرستنده، تقویتی و گیرنده به طور متناوب از طریق حل مسائل فرعی محدب به روز می شوند. در مرحله اول، با توجه به  $\{\mathbf{F}_l\}$  و  $\{\mathbf{B}_k\}$ ،  $\mathbf{W}_i, i = 1, \dots, M$ ، بهینه، بر اساس حل مسئله محدب بدون محدودیت از  $\min_{\mathbf{W}_i} E_i$  دست می آید، از آنجا که  $E_i$  به  $\mathbf{W}_j, j = 1, \dots, M, j \neq i$  بستگی ندارد و  $\mathbf{W}_i$  در محدودیت های (10B) و (10C) ظاهر نمی شود. این راه حل فیلتر خطی حداقل متوسط مربع خطا شناخته شده (MMSE) است و توسط [25] داده می شود

$$\mathbf{W}_i = (\bar{\mathbf{A}}_i \bar{\mathbf{A}}_i^H + \bar{\mathbf{C}}_i)^{-1} \bar{\mathbf{A}}_i, \quad i = 1, \dots, M \quad (11)$$

که در آن  $(\cdot)^{-1}$  نشان دهنده ماتریس معکوس است.

در مرحله دوم، با توجه به  $\{\mathbf{W}_i\}$  و  $\{\mathbf{B}_k\}$ ، ما  $\mathbf{F}_l, l = 1, \dots, L$ ، را به طور تکراری بهینه سازی می نماییم. در نظر می گیریم که

$$\Phi_{ij} \triangleq \mathbf{W}_i^H \mathbf{H}_{L,i} \Delta_{Lj}, \quad i = 1, \dots, M, j = 2, \dots, L \quad (12)$$

$$\Delta_{lj} \triangleq \begin{cases} \prod_{i=l}^{j+1} (\mathbf{F}_i \mathbf{H}_{i-1}), & j = 2, \dots, l-1, \\ \mathbf{I}_{N_{l-1}}, & j = l, \end{cases} \quad (13)$$

$l = 2, \dots, L$

$$\Gamma_{lj} \triangleq \begin{cases} \prod_{i=l-1}^j (\mathbf{H}_i \mathbf{F}_i), & j = 1, \dots, l-1, \\ \mathbf{I}_{N_{l-1}}, & j = l, \end{cases} \quad (14)$$

$l = 2, \dots, L$

$$\Omega_{il} \triangleq \begin{cases} \mathbf{0}, & l = L, \\ \sum_{j=l+1}^L \Phi_{ij} \mathbf{F}_j \mathbf{F}_j^H \Phi_{ij}^H, & l = 2, \dots, L-1, \end{cases} \quad (15)$$

$i = 1, \dots, M.$

با ثابت  $\mathbf{F}_j, j = 2, \dots, L, j \neq l$ ، MSE در (7) به عنوان تابعی از  $\mathbf{F}_l$  طبقه می تواند به صورت زیر بازنویسی نمود

$$\begin{aligned} E_i &= \text{tr} \left( (\Phi_{il} \mathbf{F}_l \Gamma_{l1} - \mathbf{I}_{N_b}) (\Phi_{il} \mathbf{F}_l \Gamma_{l1} - \mathbf{I}_{N_b})^H \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=2}^l \Phi_{il} \mathbf{F}_l \Gamma_{lj} \Gamma_{lj}^H \mathbf{F}_l^H \Phi_{il}^H + \Omega_{il} + \mathbf{W}_i^H \mathbf{W}_i \right) \\ &= \text{tr} \left( \Phi_{il} \mathbf{F}_l \Psi_{l-1} \mathbf{F}_l^H \Phi_{il}^H - \Phi_{il} \mathbf{F}_l \Gamma_{l1} - (\Phi_{il} \mathbf{F}_l \Gamma_{l1})^H \right) \\ &\quad + \eta_{il} \quad (16) \end{aligned}$$

که در آن  $\eta_{il} \triangleq N_b + \text{tr}(\Omega_{il} + \mathbf{W}_i^H \mathbf{W}_i)$  و ما این واقعیت را استفاده نمودیم که

$$\Psi_{l-1} = \sum_{j=1}^l \Gamma_{lj} \Gamma_{lj}^H$$

محدودیت توان  $\mathbf{F}_l$  در (10B) مربوط به طبقه می تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\text{tr} \left( \sum_{j=1}^l \Delta_{nl} \mathbf{F}_l \Gamma_{lj} \Gamma_{lj}^H \mathbf{F}_l^H \Delta_{nl}^H \right) \leq P_{r,n} - \beta_{n,l}, n = l, \dots, L \quad (17)$$

جایی که

$$\beta_{n,l} \triangleq \begin{cases} 0, & n = l \\ \text{tr}(\mathbf{F}_n \mathbf{F}_n^H), & n = l + 1 \\ \text{tr} \left( \mathbf{F}_n \left( \sum_{j=l+1}^{n-1} \left( \prod_{i=n-1}^j (\mathbf{H}_i \mathbf{F}_i) \right. \right. \right. \\ \quad \left. \left. \left. \times \prod_{i=j}^{n-1} (\mathbf{F}_i^H \mathbf{H}_i^H) \right) + \mathbf{I}_{N_{n-1}} \right) \mathbf{F}_n^H \right), & n = l + 2, \dots, L. \end{cases}$$

با استفاده از (16) و (17)، مسئله بهینه سازی  $\mathbf{F}_l$  طبقه را می تواند بدین صورت نوشت

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{F}_l} \max_i \text{tr}(\Phi_{il} \mathbf{F}_l \Psi_{l-1} \mathbf{F}_l^H \Phi_{il}^H - \Phi_{il} \mathbf{F}_l \Gamma_{l1} \\ - (\Phi_{il} \mathbf{F}_l \Gamma_{l1})^H) + \eta_{il} \end{aligned} \quad (18A)$$

$$\text{s.t. } \text{tr}(\Delta_{nl} \mathbf{F}_l \Psi_{l-1} \mathbf{F}_l^H \Delta_{nl}^H) \leq \bar{P}_{r,n,l}, n = l, \dots, L \quad (18B)$$

جایی که  $\bar{P}_{r,n,l} \triangleq P_{r,n} - \beta_{n,l}$

با معرفی یک متغیر  $t_l$  حقیقی، مسئله (18) را می توان به عنوان یک مسئله SDP بازنویسی نمود

$$\min_{t_l, \mathbf{F}_l, \{\Theta_{il}\}, \{\Pi_{nl}\}} t_l \quad (19A)$$

$$\text{s.t. } \text{tr}(\Theta_{il}) + \eta_{il} \leq t_l, \quad i = 1, \dots, M \quad (19B)$$

$$\begin{pmatrix} \Theta_{il} + \Phi_{il} \mathbf{F}_l \Gamma_{l1} + (\Phi_{il} \mathbf{F}_l \Gamma_{l1})^H & \Phi_{il} \mathbf{F}_l \\ \mathbf{F}_l^H \Phi_{il}^H & \Psi_{l-1}^{-1} \end{pmatrix} \succeq 0, \quad i = 1, \dots, M \quad (19C)$$

$$\text{tr}(\Pi_{nl}) \leq \bar{P}_{r,n,l}, \quad n = l, \dots, L \quad (19D)$$

$$\begin{pmatrix} \Pi_{nl} & \Delta_{nl} \mathbf{F}_l \\ \mathbf{F}_l^H \Delta_{nl}^H & \Psi_{l-1}^{-1} \end{pmatrix} \succeq 0, n = l, \dots, L \quad (19E)$$

که در آن  $\mathbf{A} \succeq 0$  نشان می دهد که ماتریس  $\mathbf{A}$  مثبت نیمه معین (PSD) می باشد. مسئله (19) مسئله SDP

محدب است و می تواند با جعبه ابزار برنامه نویسی محدب CVX حل شود [29]، که در آن حل کننده های مبتنی

بر روش نقطه-داخلی مانند SeDuMi یا SDPT3 به صورت داخلی نامیده می شود.

ثالثاً، ما  $\{B_k\}$  بهینه را با توجه به  $\{F_l\}$  و  $\{W_i\}$  به دست می آوریم. داریم  $G_{ik} \triangleq W_i^H H_{L,i} F_L$   
 $\times \prod_{l=L-1}^2 (H_l F_l) H_{1,k}$ ,  $i = 1, \dots, M$ ,  $k = 1, \dots, K$   
 ما می توانیم  $E_i$  را در (7) به صورت زیر بازنویسی کنیم

$$E_i = \sum_{k=1}^K \left[ b_k^H (\mathbf{I}_{N_{b,k}} \otimes (G_{ik}^H G_{ik})) b_k - (\text{vec}(G_{ik,k}^T))^T b_k \right. \\ \left. - b_k^H \text{vec}(G_{ik,k}^H) \right] + \theta_i \quad (20)$$

که در آن  $b_k = \text{vec}(B_k)$  مخفف یک بردار به دست آمده توسط انباشته نمودن تمام بردارهای ستونی از  $B_k$  در بالای یکدیگر،  $G_{ik,k}$ ،  $\theta_i \triangleq \text{tr}(W_i^H \bar{C}_i W_i) + N_b$ ، ماتریس حاوی سطر  $(\sum_{j=1}^{k-1} N_{b,j} + 1)$ -th to  $(\sum_{j=1}^k N_{b,j})$ -th از  $G_{ik}$  و  $\otimes$  محصول ضرب ماتریس کرونکر است. در اینجا ما از  $(ABC) = (C^T \otimes A) \text{vec}(B)$  استفاده نمودیم. MSE در (20) را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود

$$E_i = b^H G_i b - c_i^H b - b^H c_i + \theta_i \quad (21)$$

جایی که

$$G_i \triangleq \text{bd}(\mathbf{I}_{N_{b,1}} \otimes (G_{i1}^H G_{i1}), \dots, \mathbf{I}_{N_{b,K}} \otimes (G_{iK}^H G_{iK})) \\ c_i \triangleq [(\text{vec}(G_{i1,1}^H))^T, \dots, (\text{vec}(G_{iK,K}^H))^T]^T \\ b \triangleq [b_1^T, \dots, b_K^T]^T.$$

با معرفی  $M_{lk} \triangleq F_l \prod_{i=l-1}^2 (H_i F_i) H_{1,k}$ ,  $l = 2, \dots, L$ ، محدودیت توان در (10B) را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود

$$b^H M_l b \leq Q_{r,l}, \quad l = 2, \dots, L \quad (22)$$



که در آن  $M_l \triangleq \text{bd}(\mathbf{I}_{N_{b,l}} \otimes (M_{l1}^H M_{l1}), \dots, \mathbf{I}_{N_{b,K}} \otimes (M_{lK}^H M_{lK}))$

با استفاده از (21) و (22)، مسئله (10) را می توان به صورت زیر نوشت  $Q_{r,l} = P_{r,l} - \text{tr}(\bar{\mathbf{F}}_l \mathbf{C}_{l-1} \bar{\mathbf{F}}_l^H)$

$$\min_{\mathbf{b}} \max_i \mathbf{b}^H \mathbf{G}_i \mathbf{b} - \mathbf{c}_i^H \mathbf{b} - \mathbf{b}^H \mathbf{c}_i + \theta_i \quad (23A)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{b}^H \mathbf{M}_l \mathbf{b} \leq Q_{r,l}, \quad l = 2, \dots, L \quad (23b)$$

$$\mathbf{b}^H \mathbf{D}_k \mathbf{b} \leq P_{s,k}, \quad k = 1, \dots, K \quad (23c)$$

که در آن  $\mathbf{D}_{kk} = \mathbf{I}_{N_{s,k} N_{b,k}}$  با  $\mathbf{D}_k \triangleq \text{bd}(\mathbf{D}_{k1}, \mathbf{D}_{k2}, \dots, \mathbf{D}_{kK})$

$$\mathbf{D}_{kj} = \mathbf{0}, \quad j = 1, \dots, K, \quad j \neq k$$

با معرفی متغیر حقیقی، مسئله (23) را می توان به عنوان یک مسئله SDP به صورت زیر نوشت

$$\min_{t_s, \mathbf{b}} t_s \quad (24A)$$

$$\text{s.t. } \begin{pmatrix} t_s - \theta_i + \mathbf{c}_i^H \mathbf{b} + \mathbf{b}^H \mathbf{c}_i & \mathbf{b}^H \\ \mathbf{b} & \mathbf{G}_i^{-1} \end{pmatrix} \succeq 0, \quad i = 1, \dots, M \quad (24b)$$

$$\begin{pmatrix} Q_{r,l} & \mathbf{b}^H \\ \mathbf{b} & \mathbf{M}_l^{-1} \end{pmatrix} \succeq 0, \quad l = 2, \dots, L \quad (24c)$$

$$\begin{pmatrix} P_{s,k} & \mathbf{b}^H \mathbf{D}_k^{\frac{1}{2}} \\ \mathbf{D}_k^{\frac{1}{2}} \mathbf{b} & \mathbf{I}_p \end{pmatrix} \succeq 0, \quad k = 1, \dots, K \quad (24d)$$

که در آن  $p \triangleq \sum_{k=1}^K N_{s,k} N_{b,k}$  مسئله (24) را می توان با جعبه ابزار برنامه نویسی محدب CVX حل نمود

[29]. در حال حاضر مسئله بهینه سازی (10) ماتریس های فرستنده اصلی، دستگاه تقویتی و گیرنده را می توان با

یک روش تکرار شونده حل نمود که در جدول 1 نشان داده شده است که در آن  $\|\cdot\|_1$  نشان دهنده هنجار جمع

ستون ماتریس حداکثر مطلق،  $\varepsilon$ ، یک عدد مثبت کوچک نزدیک به صفر و بالانویس (N) نشان دهنده تعداد تکرار

است.

جدول 1 روش حل مسئله (10) توسط الگوریتم تکرار شونده پیشنهادی

(1) به طور تصادفی الگوریتم را با  $\{F_l^{(0)}\}$  و  $\{B_k^{(0)}\}$  که محدودیت های (10b) و (10c) را برآورده می سازد، مقداردهی نمایید؛ داریم  $n=0$ .

(2)  $\{W_i^{(n)}\}$  را با استفاده از  $\{B_k^{(n)}\}$  و  $\{F_l^{(n)}\}$  همانند (11) به روزسازی نمایید.

(3) مسئله فرعی (19) را برای  $l = 2, \dots, L$ ، برای به روزسازی  $F_l^{(n+1)}$  با استفاده از  $F_j^{(n)}$ ،  $j = 2, \dots, L, j \neq l$ ، معین  $\{B_k^{(n)}\}$  و  $\{W_i^{(n)}\}$  حل نمایید.

(4) مسئله فرعی (24) با استفاده از  $\{F_l^{(n+1)}\}$  و  $\{W_i^{(n)}\}$  برای به دست آوردن  $\{B_k^{(n+1)}\}$  حل نمایید.

(5) اگر  $\max_k \|\tilde{B}_k^{(n+1)} - B_k^{(n)}\|_1 \leq \varepsilon$ ، آنگاه به پایان می رسیم. در غیراینصورت در نظر بگیرید که  $n := n+1$  و به مرحله 2 بروید.

در الگوریتم تکرار شونده، ماتریس منبع، دستگاه تقویتی و گیرنده ها به طور متناوب از طریق حل مسائل فرعی متناظر به روز می شوند. از آنجا که تمام مسائل فرعی، مسائل بهینه سازی محدب هستند، به روز رسانی مشروط هر متغیر نمی تواند تابع هدف متناظر و از این رو تابع هدف (10A) را افزایش دهد. بنابراین، هر به روز رسانی مشروط  $\{W_i^{(n)}\}$ ،  $\{F_l^{(n)}\}$ ، and  $\{B_k^{(n)}\}$  می تواند کاهش یاب و یا حفظ شود اما نمی تواند تابع هدف (10A) را افزایش دهد. توجه داشته باشید که محدودیت های در مسئله (10) همیشه با هر بروز رسانی مشروط برآورده می شوند. به این ترتیب همگرایی یکنواخت از  $\{B_k^{(n)}\}$  و  $\{W_i^{(n)}\}$ ،  $\{F_l^{(n)}\}$  نسبت به (حداقل) راه حل های بهینه محلی زیر به طور مستقیم از این مشاهدات پیروی می کند.

پیچیدگی بزرگ محاسباتی از روش تکرار شونده شامل حل مسئله (19) SDP و (24) در هر تکرار می شود. بنابراین پیچیدگی کلی محاسباتی الگوریتم تکرار شونده به طور قابل توجهی بالا است. در بخش بعد، ما یک الگوریتم ساده

برای این مسئله ماکزیمم-مینیمم MSE را توسعه می دهیم به طوری که ماتریس های انتقال و دستگاه تقویتی نزدیک به بهینه را می توان با پیچیدگی محاسباتی به طور قابل توجهی کاهش داد.

### B. روش ساده شده

با جایگزین (11) در (7)، داریم

$$E_i = \text{tr} \left( [\mathbf{I}_{N_b} + \bar{\mathbf{A}}_i^H \bar{\mathbf{C}}_i^{-1} \bar{\mathbf{A}}_i]^{-1} \right), \quad i = 1, \dots, M. \quad (25)$$

بنابراین ما به طور معادل می توانیم مسئله (10) را به صورت زیر بازنویسی نماییم.

$$\min_{\{\mathbf{B}_k\}, \{\mathbf{F}_l\}} \max_i \text{tr} \left( [\mathbf{I}_{N_b} + \bar{\mathbf{A}}_i^H \bar{\mathbf{C}}_i^{-1} \bar{\mathbf{A}}_i]^{-1} \right) \quad (26A)$$

$$\text{s.t.} \quad \text{tr} (\mathbf{F}_l \Psi_{l-1} \mathbf{F}_l^H) \leq P_{r,l}, \quad l = 2, \dots, L \quad (26B)$$

$$\text{tr} (\mathbf{B}_k \mathbf{B}_k^H) \leq P_{s,k}, \quad k = 1, \dots, K. \quad (26c)$$

مسئله حداکثر-حداقل (26) بسیار غیر محدب با متغیرهای ماتریس است و به دست آوردن راه حل دقیقا بهینه با پیچیدگی محاسباتی منطقی (جستجوی غیر جامع) یک کار بسیار سخت است. در زیر، ما یک راه حل با پیچیدگی کم را برای مسئله (26) ارائه نموده ایم.

می توان شبیه به [26] نشان داد که طبقه بهینه،  $\mathbf{F}_l, l = 2, \dots, L$ ، برای هر لینک با رابطه ورودی و خروجی داده شده توسط (5) دارای ساختار کلی زیر است

$$\mathbf{F}_l = \mathbf{T}_l \mathbf{D}_l^H, \quad l = 2, \dots, L \quad (27)$$

که در آن  $\mathbf{D}_l = (\mathbf{A}_{l-1} \mathbf{A}_{l-1}^H + \mathbf{C}_{l-1})^{-1} \mathbf{A}_{l-1}, l = 2, \dots, L$ ، ماتریس وزن  $N_{l-1} \times N_b$  از فیلتر MMSE خطی برای بردار سیگنال دریافتی در گره تقویتی  $(l-1)$  ام داده شده توسط

$\mathbf{y}_{l-1} = \mathbf{A}_{l-1}\mathbf{s} + \bar{\mathbf{n}}_{r,l-1}$  (نگاه کنید به (4)) است و فیلتر خطی  $\mathbf{T}_l$  می تواند به صورت ماتریس انتقال پیش کدگذاری  $N_{l-1} \times N_b$  برای کانال MIMO گره ام نوشت که بعداً طراحی می شود.

با استفاده از  $\mathbf{F}_l, l = 2, \dots, L$  بهینه ، در (27)، MSE از برآورد شکل موج سیگنال در گیرنده ام در (25) را می توان به صورت زیر تجزیه نمود

$$E_i = \text{tr} \left( [\mathbf{I}_{N_b} + \mathbf{F}_1^H \mathbf{H}_1^H \mathbf{H}_1 \mathbf{F}_1]^{-1} \right) + \sum_{l=2}^{L-1} \text{tr} \left( [\mathbf{R}_l^{-1} + \mathbf{T}_l^H \mathbf{H}_l^H \mathbf{H}_l \mathbf{T}_l]^{-1} \right) + \text{tr} \left( [\mathbf{R}_L^{-1} + \mathbf{T}_L^H \mathbf{H}_{L,i}^H \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{T}_L]^{-1} \right), \quad i = 1, \dots, M \quad (28)$$

که در آن ماتریس  $N_{l-1} \times N_{l-1}$

$$\mathbf{R}_l = \mathbf{A}_{l-1}^H \Psi_{l-1}^{-1} \mathbf{A}_{l-1}, \quad l = 2, \dots, L. \quad (29)$$

توجه داشته باشید که در اولین عبارت در (28)  $\text{tr}([\mathbf{I}_{N_b} + \mathbf{F}_1^H \mathbf{H}_1^H \mathbf{H}_1 \mathbf{F}_1]^{-1})$  در واقع MSE برآورد بردار سیگنال  $\mathbf{s}$  از بردار سیگنال دریافت شده (1) در گره تقویتی اول با استفاده از گیرنده خطی MMSE D2 است، در حالی که عبارات باقی مانده در (28) می تواند به عنوان افزایش MSE معرفی شده توسط بازدید گره مربوطه دیده شود. جالب توجه است، ماتریس  $\mathbf{R}_l, l = 2, \dots, L$ ، در (29) در حقیقت ماتریس کواریانس  $\mathbf{z}_l \triangleq \mathbf{D}_l^H \mathbf{y}_{l-1}$  به صورت،  $\mathbf{R}_l = \mathbf{E}[\mathbf{z}_l \mathbf{z}_l^H] = \mathbf{D}_l^H \mathbf{E}[\mathbf{y}_{l-1} \mathbf{y}_{l-1}^H] \mathbf{D}_l$  است. از (28) می توان دید که اثر نویز در اولین گره توسط  $\mathbf{I}_{N_b}$  در عبارت اول منعکس شده و از گره ام توسط  $\mathbf{R}_l^{-1}$  منعکس شده است. با استفاده از ساختار بهینه از  $\mathbf{F}_l$  طبقه در (27)، توان انتقال مصرف شده توسط هر گره تقویتی می تواند به صورت زیر بازنویسی شود

$$\text{tr}(\mathbf{F}_l \Psi_{l-1} \mathbf{F}_l^H) = \text{tr}(\mathbf{T}_l \mathbf{R}_l \mathbf{T}_l^H), \quad l = 2, \dots, L. \quad (30)$$

و اولین عبارت در (28) را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود

$$\text{tr} \left( \left[ \mathbf{I}_{N_1} + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{1,k} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{1,k}^H \right]^{-1} \right) + N_b - N_1 \quad (31)$$

که در آن  $\mathbf{P}_k = \mathbf{B}_k \mathbf{B}_k^H, k = 1, \dots, K$  ماتریس کواریانس  $N_{s,k} \times N_{s,k}$  از سیگنال منتقل شده توسط کاربر  $k$ ام است. بنابراین، مسئله (26) را می توان به طور معادل به صورت زیر نوشت

$$\begin{aligned} \min_{\{\mathbf{P}_k\}, \{\mathbf{T}_l\}} \max_i \quad & \text{tr} \left( \left[ \mathbf{I}_{N_1} + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{1,k} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{1,k}^H \right]^{-1} \right) \\ & + \sum_{l=2}^{L-1} \text{tr} \left( \left[ \mathbf{R}_l^{-1} + \mathbf{T}_l^H \mathbf{H}_l^H \mathbf{H}_l \mathbf{T}_l \right]^{-1} \right) \\ & + \text{tr} \left( \left[ \mathbf{R}_L^{-1} + \mathbf{T}_L^H \mathbf{H}_{L,i}^H \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{T}_L \right]^{-1} \right) \end{aligned} \quad (32a)$$

$$\text{s.t. } \text{tr}(\mathbf{T}_l \mathbf{R}_l \mathbf{T}_l^H) \leq P_{r,l}, \quad l = 2, \dots, L \quad (32b)$$

$$\text{tr}(\mathbf{P}_k) \leq P_{s,k}, \quad \mathbf{P}_k \succeq 0, \quad k = 1, \dots, K \quad (32c)$$

با استفاده از اصل ماتریس معکوس

$$\mathbf{A}^{-1} - \tilde{\mathbf{A}}^{-1} \tilde{\mathbf{B}} (\mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \tilde{\mathbf{B}} + \mathbf{C}^{-1})^{-1} \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1}, \text{ matrix } \mathbf{R}_l \text{ in (29)}$$

می تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_l &= \mathbf{A}_{l-1}^H \left( \mathbf{C}_{l-1}^{-1} - \mathbf{C}_{l-1}^{-1} \mathbf{A}_{l-1} (\mathbf{A}_{l-1}^H \mathbf{C}_{l-1}^{-1} \mathbf{A}_{l-1} + \mathbf{I}_{N_b})^{-1} \right. \\ &\quad \left. \times \mathbf{A}_{l-1}^H \mathbf{C}_{l-1}^{-1} \right) \mathbf{A}_{l-1} \\ &= \mathbf{A}_{l-1}^H \mathbf{C}_{l-1}^{-1} \mathbf{A}_{l-1} (\mathbf{A}_{l-1}^H \mathbf{C}_{l-1}^{-1} \mathbf{A}_{l-1} + \mathbf{I}_{N_b})^{-1}, \\ &\quad l = 2, \dots, L. \end{aligned} \quad (33)$$

یک مشاهده جالب از (33)  $\mathbf{A}_{l-1}^H \mathbf{C}_{l-1}^{-1} \mathbf{A}_{l-1}$  اینست که با افزایش SNR، عبارت  $\mathbf{A}_{l-1}^H \mathbf{C}_{l-1}^{-1} \mathbf{A}_{l-1}$

به بی نهایت میل می کند. در سطح SNR نسبتاً بالا،  $\mathbf{A}_{l-1}^H \mathbf{C}_{l-1}^{-1} \mathbf{A}_{l-1} \gg \mathbf{I}_{N_b}$  وجود دارد. در اینجا

برای ماتریس های  $X$  و  $Y$ ،  $X \gg Y$  نشان می دهد که مقادیر ویژه  $(X - Y)$  بسیار بزرگتر از صفر

است. بنابراین می توانیم  $R_{l,l} = 2, \dots, L$  به عنوان  $I_{N_b}$  برای مورد SNR بالا [27]. در نتیجه، در (32a)،

$$\text{tr} \left( [R_l^{-1} + T_l^H H_l^H H_l T_l]^{-1} \right)$$

می تواند به طور دقیق برای مرز بالا توسط

$$\text{tr} \left( [I_{N_b} + T_l^H H_l^H H_l T_l]^{-1} \right)$$

برای مرز پایین به صورت  $\text{tr} \left( [R_L^{-1} + T_L^H H_{L,i}^H H_{L,i} T_L]^{-1} \right)$  تعیین

شود  $1, i = 1, \dots, M$  و حدود این مرزها با افزایش SNR افزایش می یابد. بنابراین، مسئله (32) را می توان به

صورت زیر تقریب زد

$$\min_{\{\mathbf{P}_k\}, \{\mathbf{T}_l\}} \max_i \text{tr} \left( \left[ I_{N_1} + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{1,k} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{1,k}^H \right]^{-1} \right)$$

$$+ \sum_{l=2}^{L-1} \text{tr} \left( [I_{N_b} + \mathbf{T}_l^H \mathbf{H}_l^H \mathbf{H}_l \mathbf{T}_l]^{-1} \right)$$

$$+ \text{tr} \left( [I_{N_b} + \mathbf{T}_L^H \mathbf{H}_{L,i}^H \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{T}_L]^{-1} \right) \quad (34a)$$

$$\text{s.t. } \text{tr}(\mathbf{T}_l \mathbf{T}_l^H) \leq P_{r,l}, \quad l = 2, \dots, L \quad (34b)$$

$$\text{tr}(\mathbf{P}_k) \leq P_{s,k}, \quad \mathbf{P}_k \succeq 0, \quad k = 1, \dots, K. \quad (34c)$$

ما می خواهیم ذکر کنیم که چون  $\text{tr}(\mathbf{T}_l \mathbf{T}_l^H) > \text{tr}(\mathbf{T}_l \mathbf{R}_l \mathbf{T}_l^H), l = 2, \dots, L$  اگر

$\text{tr}(\mathbf{T}_l \mathbf{T}_l^H) = p$ ، آنگاه  $\text{tr}(\mathbf{T}_l \mathbf{R}_l \mathbf{T}_l^H) < p$ . این نشان می دهد که با توجه به تقریب در (34b)، توان

انتقال موجود در هر گره تقویتی به طور کامل در مورد SNR کم استفاده نشده است. ما به سادگی می توانیم

ماتریس دستگاه تقویتی به دست آمده از حل مسئله (34) را برای جبران این زیان و بهترین استفاده از بودجه توان

در دسترس (10b) در گره های تقویتی در مقیاس میسر سازیم. در نظر بگیرید که

به منظور برآورده سازی محدودیت های توان با معادله، ما

$$\alpha_l = \sqrt{\frac{P_{r,l}}{\text{tr}(\mathbf{F}_l \Psi_{l-1} \mathbf{F}_l^H)}}, l = 2, \dots, L$$

را به دست می آوریم.

جالب توجه است که از مسئله (34) می تواند دیده می شود که  $\mathbf{T}_l, l = 2, \dots, L$ ، روی اولین عبارت از تابع هدف (34A) تاثیر نمی گذارد و  $\mathbf{P}_k, k = 1, \dots, K$ ، به عبارت باقی مانده از (34A) مرتبط نمی باشد. این حقیقت نشان می دهد که تابع هدف (34A) و محدودیت های (34B) و (34C) با توجه به متغیرهای بهینه سازی  $\{\mathbf{T}_l\}$  و  $\{\mathbf{P}_k\}$ ، مستقل هستند. در این حالت، ماتریس  $\{\mathbf{P}_k\}$  را می توان مستقل از  $\{\mathbf{T}_l\}$  تعیین نمود، و بالعکس، که تا حد زیادی طراحی ماتریس ارسال و دستگاه تقویتی را ساده می نماید. بنابراین، با فرض SNR (نسبتا) بالا، مسئله (34) را می توان به مسئله بهینه سازی ماتریس های کوواریانس منبع زیر تجزیه نمود

$$\min_{\{\mathbf{P}_k\}} \text{tr} \left( \left[ \mathbf{I}_{N_1} + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{1,k} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{1,k}^H \right]^{-1} \right) \quad (35A)$$

$$\text{s.t. } \text{tr}(\mathbf{P}_k) \leq P_{s,k}, \quad \mathbf{P}_k \succeq 0, \quad k = 1, \dots, K \quad (35B)$$

و برای  $L \geq 3$ ، مسئله بهینه سازی ماتریس تقویت برای هر  $l = 2, \dots, L - 1$

$$\min_{\mathbf{T}_l} \text{tr} \left( \left[ \mathbf{I}_{N_b} + \mathbf{T}_l^H \mathbf{H}_l^H \mathbf{H}_l \mathbf{T}_l \right]^{-1} \right) \quad (36A)$$

$$\text{s.t. } \text{tr}(\mathbf{T}_l \mathbf{T}_l^H) \leq P_{r,l} \quad (36B)$$

و برای گره تقویتی آخر به صورت زیر

$$\min_{\mathbf{T}_L} \max_i \text{tr} \left( \left[ \mathbf{I}_{N_b} + \mathbf{T}_L^H \mathbf{H}_{L,i}^H \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{T}_L \right]^{-1} \right) \quad (37A)$$

$$\text{s.t. } \text{tr}(\mathbf{T}_L \mathbf{T}_L^H) \leq P_{r,L}. \quad (37B)$$

مسئله بهینه سازی ماتریس های کوواریانس منبع (35) را می توان به شرح زیر حل نمود. با معرفی یک ماتریس

$$\mathbf{X} \succeq \left[ \mathbf{I}_{N_1} + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{1,k} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{1,k}^H \right]^{-1}$$

که در آن  $\mathbf{A} \succeq \mathbf{B}$  بدان معنی است که  $\mathbf{A} - \mathbf{B} \succeq 0$ ، و با

استفاده از مکمل Schur [28]، مسئله (35) می تواند به مسئله (38A) تبدیل شود

$$\text{s.t.} \quad \begin{pmatrix} \mathbf{X} & \\ & \mathbf{I}_{N_1} + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{1,k} \mathbf{P}_k \mathbf{H}_{1,k}^H \end{pmatrix} \succeq 0 \quad (38b)$$

$$\text{tr}(\mathbf{P}_k) \leq P_{s,k}, \quad \mathbf{P}_k \succeq 0, \quad k = 1, \dots, K \quad (38c)$$

مسئله (38)، یک مسئله SDP محدب است که می تواند به طور کارآمد توسط جعبه ابزار برنامه نویسی محدب CVX

حل شود [29]، که در آن حل کننده های مبتنی بر روش نقطه-داخلی مانند SeDuMi یا SDPT3 به صورت

داخلی، در جهت پیچیدگی  $\mathcal{O}((\sum_{k=1}^K N_{s,k}^2 + K)^{3.5})$  [30] نامیده می شوند. از آنجا که ما فرض کنیم که

گره تقویتی اول، ماتریس بهینه انتقال  $\mathbf{B}_i, i = 1, \dots, K$  را محاسبه می کند، پیچیدگی در گره های تقویتی

برای اولین بار در یک جهت پیچیدگی افزایش  $\mathcal{O}((\sum_{k=1}^K N_{s,k}^2 + K)^{3.5})$  تعداد فرستنده های  $K$  و / یا تعداد

انتقال آنتن  $N_{s,k}, \forall k$ ، افزایش می یابد.

برای سیستم های چند گره ای با  $L \geq 3$ ، حال مقادیر ویژه (EVD) را از  $2, \dots, L - 1$

تجزیه می نماییم در آن ابعاد  $\mathbf{V}_l$  و  $\Lambda_l$ ،  $\mathbf{H}_l^H \mathbf{H}_l = \mathbf{V}_l \Lambda_l \mathbf{V}_l^H, l =$

$\Lambda_l$  به صورت کاهشی طبقه بندی می شود. با توجه به لم 2 در [26]، راه حلی برای این مسئله (36) برابر است با

$$\mathbf{T}_l = \mathbf{V}_{l,1} \Sigma_l \mathbf{\Pi}, \quad l = 2, \dots, L - 1 \quad (39)$$

که در آن  $\mathbf{V}_{l,1}$ ، شامل سمت چپ ترین ستون و  $N_b$  از  $\mathbf{V}_l$ ،  $\mathbf{\Pi}$  می تواند هر ماتریس واحد  $N_b \times N_b$ ،  $\Sigma_l$  و

ماتریس قطری  $N_b \times N_b$  است. با جایگزینی (39) در (36)، در می یابیم که این عنصر قطری  $\Sigma_l$  توسط

$$\sigma_{l,i} = \left[ \frac{1}{\lambda_{l,i}} \left( \sqrt{\frac{\lambda_{l,i}}{\mu_l}} - 1 \right)^+ \right]^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, \dots, N_b$$

داده می شود، که در آن  $\lambda_{l,i}$ ، نشان دهنده عنصر قطر  $i$



حداکثر  $\Lambda_l, (x)^+ \triangleq$  و  $\mu_l > 0$  ضریب لاگرانژ و راه حلی برای این معادله غیر خطی است.

$$\sum_{i=1}^{N_b} \frac{1}{\lambda_{l,i}} \left( \sqrt{\frac{\lambda_{l,i}}{\mu_l}} - 1 \right)^{\top} = P_{r,l}.$$

با معرفی  $\mathbf{T}_L \mathbf{T}_L^H \triangleq \mathbf{Q}$  مسئله (37) را می توان به طور معادل به صورت زیر بازنویسی نمود

$$\min_{\mathbf{Q}} \max_i \text{tr} \left( [\mathbf{I}_{N_d} + \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{Q} \mathbf{H}_{L,i}^H]^{-1} \right) + N_b - N_d \quad (40A)$$

$$\text{s.t. } \text{tr}(\mathbf{Q}) \leq P_{r,L}, \quad \mathbf{Q} \succeq 0. \quad (40b)$$

با معرفی  $\mathbf{Y}_i \succeq [\mathbf{I}_{N_d} + \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{Q} \mathbf{H}_{L,i}^H]^{-1}, i = 1, \dots, M$  و یک متغیر  $t$  با مقدار حقیقی، مسئله (40) را

می توان به طور معادل تبدیل نمود به

$$\min_{t, \mathbf{Q}, \{\mathbf{Y}_i\}} t \quad (41A)$$

$$\text{s.t. } \text{tr}(\mathbf{Y}_i) \leq t, \quad i = 1, \dots, M \quad (41b)$$

$$\text{tr}(\mathbf{Q}) \leq P_{r,L} \quad (41c)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Y}_i & \mathbf{I}_{N_d} \\ \mathbf{I}_{N_d} & \mathbf{I}_{N_d} + \mathbf{H}_{L,i} \mathbf{Q} \mathbf{H}_{L,i}^H \end{pmatrix} \succeq 0, \quad i = 1, \dots, M \quad (41d)$$

$$t \geq 0, \quad \mathbf{Q} \succeq 0 \quad (41e)$$

که در آن  $\{\mathbf{Y}_i\} \triangleq \{\mathbf{Y}_i, i = 1, \dots, M\}$  و ما از مکمل Schur برای به دست آوردن (41d) استفاده

نمودیم. توجه داشته باشید که در فرمول بالا،  $t$ ، حد بالای MSE را برای کانال های آخرین گره فراهم می کند.

مسئله (41) یک مسئله SDP است که می تواند به طور کارآمد توسط جعبه ابزار برنامه نویسی محدب [29] CVX

در جهت پیچیدگی حداکثر  $\mathcal{O}((N_{L-1}^2 + M + 1)^{3.5})$  حل شود [30]. از آنجا که بسیاری از وظایف محاسبه

در حل مسئله (36) شامل انجام SVD و محاسبه پارامترهای بارگذاری توان می شود، سربار محاسبات نسبت به حل

مسئله (38) و (41) ناچیز است. توجه داشته باشید که مسئله (34) نیز می تواند به طور مستقیم به عنوان یک

مسئله SDP فرموله شود که می تواند با استفاده از حل کننده های مبتنی بر نقطه از فضای داخلی در یک مرتبه پیچیدگی در بیشتر  $\mathcal{O}((\sum_{k=1}^K N_{s,k}^2 + \sum_{l=1}^{L-1} N_l^2 + K + L + M)^{3.5})$  حل شود. بنابراین، حل مسائل انتقال جدا شده و پیش کدگذاری تقویتی (38)، (36) و (41) دارای پیچیدگی محاسباتی بسیار کوچکتر در مقایسه با حل مستقیم مسئله (34) است. الگوریتم ساده ارائه شده در جدول II خلاصه شده است.

## جدول II

روش حل مسئله (10) توسط الگوریتم پیشنهادی ساده شده

1) ماتریس های پیش کدگذاری انتقال را بهینه سازی نمایید:

(a) مسئله فرعی (38) را برای به دست آوردن ماتریس های کوواریانس منبع حل نمایید

$$\mathbf{P}_k, k = 1, \dots, K.$$

(b) ماتریس های پیش کدگذاری منبع  $\mathbf{B}_k, k = 1, \dots, K$ ، به صورت  $\mathbf{B}_k = \mathbf{U}_{k,1} \mathbf{\Upsilon}_{k,1}^{\frac{1}{2}}$  محاسبه

می شوند که در آن  $\mathbf{P}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{\Upsilon}_k \mathbf{U}_k^H$ ، تجزیه مقدار ویژه (EVD) از  $\mathbf{P}_k$  است،  $\mathbf{\Upsilon}_{k,1}$  شامل  $N_{b,k}$

بزرگترین مقادیر ویژه  $\mathbf{P}_k$  و  $\mathbf{U}_{k,1}$  شامل  $N_{b,k}$  ستون از  $\mathbf{U}_k$  در ارتباط با  $\mathbf{\Upsilon}_{k,1}$  می شود.

2) اولین ماتریس های تقویت تقویتی  $L-2$  را بهینه سازی نمایید

(a)  $\mathbf{T}_l, l = 2, \dots, L-1$  را از (39) به دست آورید.

(b)  $\mathbf{D}_l = (\mathbf{A}_{l-1} \mathbf{A}_{l-1}^H + \mathbf{C}_{l-1})^{-1} \mathbf{A}_{l-1}, l = 2, \dots, L-1$ . را محاسبه نمایید.

(c)  $\mathbf{F}_l, l = 2, \dots, L-1$  را با استفاده از (27) به دست آورید.

(d)  $\mathbf{F}_l, l = 2, \dots, L-1$  را برای استفاده از توان انتقال متغیر ماکزیمم در گره تقویتی  $(l-1)$ ام مقیاس بندی

نمایید.

3) ماتریس تقویتی آخر را بهینه سازی نمایید:

(a) مسئله فرعی (41) را برای به دست آوردن  $\mathbf{T}_L$  از  $\mathbf{Q}$  حل نمایید.

$$\hat{\mathbf{D}}_L = (\mathbf{A}_{L-1} \mathbf{A}_{L-1}^H + \mathbf{C}_{L-1})^{-1} \mathbf{A}_{L-1}^H \quad (b)$$

را محاسبه نمایید.

(c) FL را با استفاده از (27) به دست آورید.

(d) FL را برای استفاده از توان انتقال در دسترس ماکزیمم در گره تقویتی (L-1)ام مقیاس بندی نمایید.

(4) ماتریس های وزن گیرنده  $\mathbf{W}_i, i = 1, \dots, M$ , را با استفاده از (11) محاسبه نمایید.

ما می خواهیم ذکر کنیم که برای سیستم تقویتی MIMO نقطه به نقطه دو گره ای، در [27] از طریق مثال های عددی نشان داده شده است که تقریب SNR بالا، زیان عملکرد قابل اغماض را در تمام محدوده SNR نسبت به طرح های بهینه فراهم می کند. برای سیستم تقویتی توزیع اطلاعات MIMO مطرح شده در این مقاله، راه حل بهینه دقیق بهینه برای ماتریس های انتقال و دستگاه تقویتی پیش کدگذاری مقاوم می باشند. با این حال، با استفاده از تقریب SNR بالا، ماتریس ارسال و دستگاه تقویتی نزدیک به بهینه را می توان با پیچیدگی محاسباتی قابل توجه کاهش یافته طراحی نمود.

#### 4. مثال عددی

در این بخش، ما به مطالعه عملکرد ارائه شده الگوریتم های بهینه سازی چند گره ای دستگاه تقویتی MIMO برای توزیع اطلاعات از طریق شبیه سازی عددی می پردازیم. برای سادگی، فرض کنیم که فرستنده ها و گیرنده ها با NS و Nd آنتن مجهز شده اند،  $P_{s,k} = \bar{P}_s, \bar{k} = 1, \dots, K$  و  $P_{r,l} = \bar{P}_r, l = 1, \dots, L - 1$ . ما شبیه سازی یک محیط محوشونده مسطح Rayleigh را که در آن ماتریس های کانال دارای میانگین های ورودی صفر با واریانس  $1/N_s$  برای  $\mathbf{H}_{1,k}, k = 1, \dots, K$  و  $1/N_{L-1}$  برای  $\mathbf{H}_l, l = 2, \dots, L - 1$  در  $1/N_{L-1}$  برای  $\mathbf{H}_{L,i}, i = 1, \dots, M$  هستند را انجام می دهیم. تمام نتایج شبیه سازی روی 500 تحقق کانال های مستقل میانگین گیری می شوند.

از آنجا که هیچ راه حل موجودی برای این مسئله مطرح شده در این مقاله وجود ندارد، ما عملکرد ارائه شده از الگوریتم حداقل-حداکثر MSE را در بخش III با الگوریتم ساده و بی تکلف تقویت و ارسال (NAF) از نظر هر دو

MSE و BER مقایسه نمودیم. الگوریتم NAF به سادگی سیگنال های مدوله شده را تقویت می کند و به هر فرستنده می فرستد و به سیگنال های دریافتی در گره های تقویتی توان برابر با هر جریان داده اختصاص داده می

شود به طوری که  $\bar{\mathbf{B}}_k = \sqrt{P_s/N_s} \mathbf{I}_{N_s}, k = 1, \dots, K$

$$\mathbf{F}_l = \sqrt{P_r/\text{tr}(\Psi_{l-1})} \mathbf{I}_{N_{l-1}}, l = 2, \dots, L$$

در مثال اول، ما عملکرد الگوریتم های پیشنهادی را با رویکرد NAF از نظر MSE نرمال شده توسط تعداد جریان

داده ها (NMSE) برای  $K = 2, L = 3, M = 2, N_s = 2, N_1 = 8, N_2 = 4$  و

$N_d = 8$  مقایسه نمودیم. شکل 2، نشان دهنده عملکرد MSE برای الگوریتم ها به ازای  $P_s$  با  $P_r = 20\text{dB}$

است. برای الگوریتم ساده شده، NMSE را از کاربر با بدترین کانال (بدترین) و متوسط همه کاربران (میانگین)

ترسیم می نماییم. برای الگوریتم تکرار شونده پیشنهادی، NMSE از کاربر با بدترین کانال نشان داده شده است.

نتایج به دست آمده به وضوح نشان دهنده عملکرد بهتر از فرستنده های مشترک و بهینه سازی دستگاه تقویتی

الگوریتم ارائه شده است. این دیده می شود که الگوریتم تکراری پیشنهادی به طور مداوم دارای کمترین MSE

بدترین کاربر در کل منطقه PS است. الگوریتم NAF دارای MSE بسیار بالاتر در مقایسه با طرح های پیشنهادی

حتی با توان انتقال بسیار بالا است. توجه داشته باشید که MSE متوسط و MSE با بدترین کاربر از الگوریتم ساده در

این مثال تقریباً یکسان هستند.

همچنین می توان از شکل 2 مشاهده نمود که الگوریتم های تکرار شونده و ساده شده دارای عملکرد MSE بدترین

کاربر مشابه، حتی در SNR های کم هستند. این نشان می دهد که فرض (در حد متوسط) SNR بالا در الگوریتم

ساده شده، افت عملکرد قابل اغماض را در طیف وسیعی از SNR در مقایسه با طراحی های تکرار شونده معرفی می

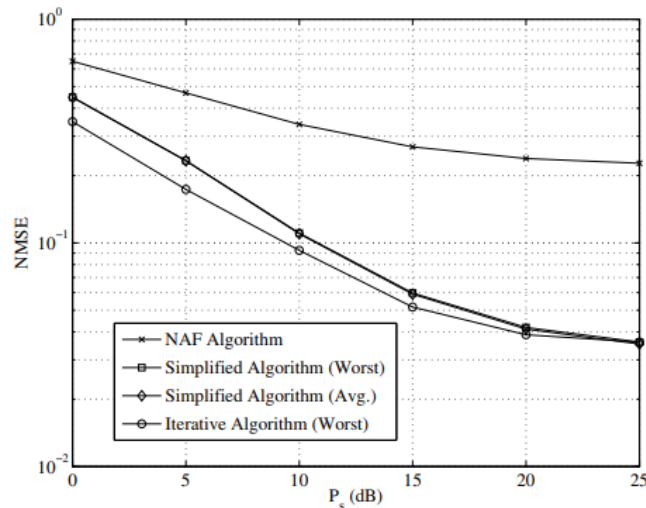
کند. توجه داشته باشید که پیچیدگی محاسباتی الگوریتم ساده شده کمتر از پیچیدگی یک تکرار از الگوریتم تکرار

شونده است، و برای سیستم های توزیع اطلاعات تقویتی MIMO عملی، این مورد بسیار جذاب است. ما روی

الگوریتم ساده در نمونه های شبیه سازی زیر متمرکز خواهیم شد.

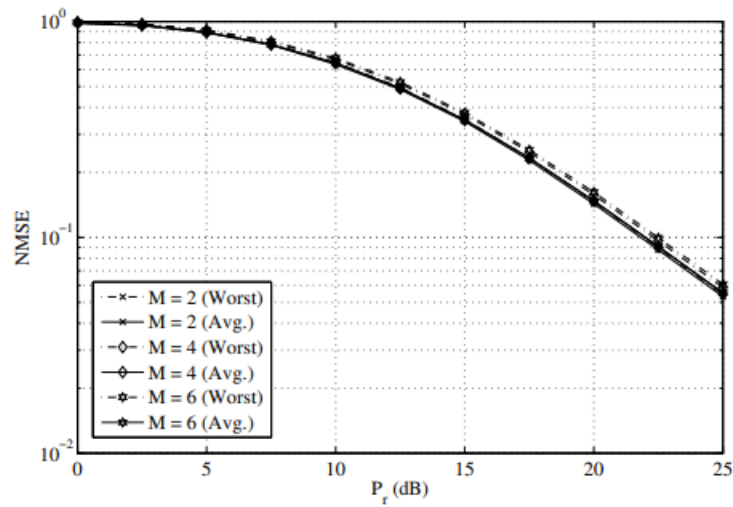
در مثال دوم، ما عملکرد MSE از الگوریتم ساده پیشنهاد شده را برای تعداد مختلف از گیرنده ها مقایسه نمودیم. ما تنظیم نمودیم که  $N_d = 6, K = 2, L = 3, N_s = 2, N_1 = 6, N_2 = 4$ . شکل 3. نشان دهنده MSE بدترین کاربر و متوسط MSE تمام کاربران برای الگوریتم ساده به ازای  $P_r$  برای  $PS = 20\text{dB}$  است. این را می توان به وضوح از شکل 3 دید که زمانی که تعداد گیرنده ها افزایش می یابد، متوسط و بدترین کاربر MSE افزایش خود را حفظ می نمایند. این منطقی است زیرا احتمال زیاد برای پیدا کردن یک کانال دستگاه تقویتی گیرنده بدتر در میان تعداد کاربران افزایش یافته است و ما MSE بدترین کاربر را به عنوان تابع هدف انتخاب می کنیم. از سوی دیگر، MSE های متوسط برای تعداد مختلف از گیرنده ها تقریباً مشابه هستند.

در مثال بعد، ما عملکرد الگوریتم ماکزیم-مینیم MSE ساده را با الگوریتم NAF از نظر BER مقایسه می نماییم. صورت فلکی سیگنال QPSK برای مدوله نمودن سیگنال منتقل شده استفاده می شوند. ما تنظیم می کنیم که  $M = 2, N_s = 2, N_1 = 10, N_2 = 6, N_d = 10, K = 3, L = 3$ ، و توزیع اطلاعات  $1000N_s$  به صورت تصادفی بیت از هر فرستنده در تحقق هر کانال ایجاد می شود. شکل 4 نشان دهنده عملکرد BER هر دو الگوریتم به ازای  $Ps = 20\text{dB}$  است.



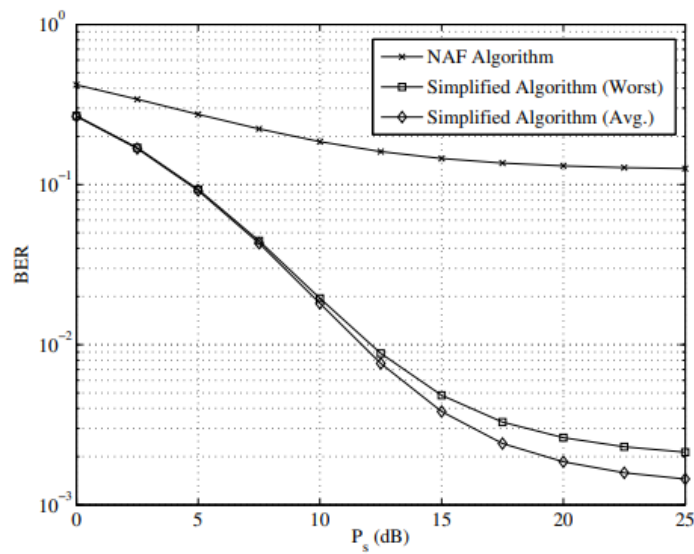
شکل 2. مثال 1: MSE نرمال شده به ازای  $N_s = 2, N_1 = 8, N_2 = 4, N_d = 8, P_r = 20\text{dB}$ .

$$P_s, K = 2, L = 3, M = 2,$$

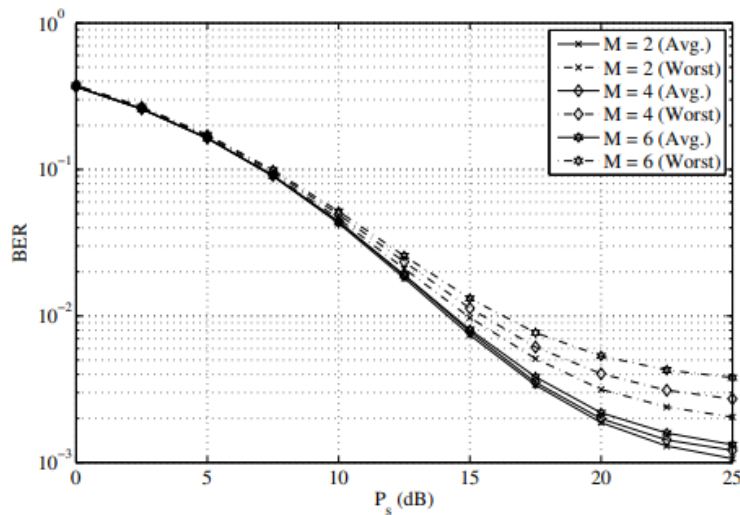


شکل 3. مثال 2: MSE نرمال شده به ازای  $P_r$ ، تعداد متغیر گیرنده ها

$K = 2, L = 3, N_s = 2, N_1 = 6, N_2 = 4, N_d = 6, P_s = 20\text{dB}$ .



شکل 4. مثال 3: BER به ازای  $P_s$ .  $K = 3, L = 3, M = 2, N_s = 2, N_1 = 10, N_2 = 6, N_d = 10, P_r = 20\text{dB}$ .



شکل 5. مثال 4: BER به ازای  $P_s$ . تعداد متغیر از گیرنده ها

$$L = 3, N_s = 2, N_1 = 6, N_2 = 4, N_d = 6, \bar{P}_T = 20\text{dB}.$$

از شکل 4 می توان دید که الگوریتم بهینه سازی ساده شده فرستنده مشترک و دستگاه تقویتی پیشنهاد به BER پایین تر در مقایسه با روش NAF دست می یابد. حتی BER بدترین کاربر از الگوریتم ساده همیشه بسیار پایین تر از این طرح NAF است.

در آخرین مثال، ما عملکرد BER را برای الگوریتم ساده پیشنهاد شده برای تعداد مختلف از گیرنده ها مقایسه می نماییم. این بار ما تنظیم می کنیم  $K = 2, L = 3, N_s = 2, N_1 = 6, N_2 = 4$  و  $N_d = 6$ . شکل 5 نشان دهنده BER برای الگوریتم ساده شده در مقابل  $P_s$  با  $\bar{P}_T = 20\text{dB}$  برای تعداد مختلف از گیرنده ها است. این را می توان به وضوح از شکل 5 دید که زمانی که تعداد گیرنده افزایش می یابد، BER بدترین کاربر در حالت افزایشی در مقایسه با نتایج به دست آمده در [22] باقی می ماند. جالب توجه است که BERهای متوسط کاربران، تقریباً شبیه به  $P_s = 15\text{ dB}$  برای تعداد مختلف از گیرنده ها هستند.

## 5. نتیجه گیری

ما سیستم تقویتی چند گره ای MIMO برای توزیع اطلاعات را با گره های چند آنتن و ماتریس های پیش کدگذاری تقویتی و انتقال ارائه شده بر اساس معیار MSE حداقل-حداکثر را در نظر گرفتیم. بدترین حالت MSE

تحت محدودیت های توان در فرستنده ها و گره های تقویتی مینیمم می شود، هنگامی که فرستنده های متعدد قصد توزیع اطلاعات پیام های خود را به یک گروه از گیرنده ها دارند. تحت برخی از تقریب های خفیف، ما نشان می دهیم که این مسئله را می توان با پیچیدگی محاسباتی قابل توجهی پایین تر حل کرد. شبیه سازی عددی برای ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی انجام شده است. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که فرستنده و دستگاه تقویتی الگوریتم طرح پیشنهادی بهتر از روش های موجود است.

## REFERENCES

- [1] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge University Press, 2005.
- [2] A. Goldsmith, *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2005.
- [3] M. A. Khojastepour, A. Salehi-Golsefidi, and S. Rangarajan, "Towards an optimal beamforming algorithm for physical layer multicasting," in *Proc. IEEE Inf. Theory Workshop*, Oct. 16-20, 2011, pp. 395–399.
- [4] N. D. Sidiropoulos, T. N. Davidson, and Z.-Q. Luo, "Transmit beamforming for physical-layer multicasting," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, pp. 2239–2251, Jun. 2006.
- [5] N. Jindal and Z.-Q. Luo, "Capacity limits of multiple antenna multicast," in *Proc. IEEE ISIT*, Seattle, USA, Jul. 9-14, 2006, pp. 1841–1845.
- [6] S. Y. Park, D. J. Love, and D. H. Kim, "Capacity limits of multi-antenna multicasting under correlated fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, pp. 2002–2013, Jul. 2010.
- [7] S. Y. Park and D. J. Love, "Capacity limits of multiple antenna multicasting using antenna subset selection," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, pp. 2524–2534, Jun. 2008.
- [8] E. Chiu and V. Lau, "Precoding design for multi-antenna multicast broadcast services with limited feedback," *IEEE Systems Journal*, vol. 4, pp. 550–560, Dec. 2010.
- [9] Q. Li and W.-K. Ma, "Multicast secrecy rate maximization for MISO channels with multiple multi-antenna eavesdroppers," in *Proc. IEEE ICC*, Kyoto, Japan, Jun. 5-9, 2011.
- [10] S. X. Wu and W.-K. Ma, "Multicast transmit beamforming using a randomize-in-time strategy," in *Proc. IEEE ICASSP*, Prague, Czech Republic, May 22-27, 2011, pp. 3376–3379.
- [11] S. X. Wu, W.-K. Ma, and A. M.-C. So, "Physical-layer multicasting by stochastic transmit beamforming and Alamouti space-time coding," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 61, pp. 4230–4245, Sep. 2013.
- [12] E. Matakani, N. D. Sidiropoulos, Z.-Q. Luo, and L. Tassiulas, "Efficient batch and adaptive approximation algorithms for joint multicast beamforming and admission control," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, pp. 4882–4894, Dec. 2009.
- [13] N. Bornhorst and M. Pesavento, "An iterative convex approximation approach for transmit beamforming in multi-group multicasting," in *Proc. IEEE 12th Int. Workshop Signal Process. Adv. Wireless Commun.*, San Francisco, USA, Jun. 26-29, 2011, pp. 426–430.
- [14] N. Bornhorst, P. Davarmanesh, M. Pesavento, "An extended interiorpoint method for transmit beamforming in multi-group multicasting," in *Proc. 20th European Signal Process. Conference*, Aug. 27-31, 2012, pp. 6–10.
- [15] D. Senaratne and C. Tellambura, "Beamforming for physical layer multicasting," in *Proc. IEEE WCNC*, Cancun, Mexico, Mar. 28-31, 2011, pp. 1776–1781.
- [16] M. Kaliszán, E. Pollakis, and S. Stańczak, "Efficient beamforming algorithms for MIMO multicast with application-layer coding," in *Proc. IEEE ISIT*, St. Petersburg, Russia, Jul. 31-Aug. 5, 2011, pp. 928–932.
- [17] M. A. Khojastepour, A. Khajehnejad, K. Sundaresan, and S. Rangarajan, "Adaptive beamforming algorithms for wireless link layer multicasting," in *Proc. IEEE PIMRC*, Toronto, Canada, Sep. 11-14, 2011, pp. 1994–1998.



- [18] N. Bornhorst, M. Pesavento, and A. B. Gershman, "Distributed beamforming for multi-group multicasting relay networks," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, pp. 221–232, Jan. 2012.
- [19] H. Zhang, X. You, G. Wu, and H. Wang, "Cooperative multi-antenna multicasting for wireless networks," in *Proc. IEEE GLOBECOM*, Miami, FL, USA, Dec. 6-10, 2010.
- [20] H. Xu, J. Jin, and B. Li, "YMMV: Multiple session multicast with MIMO," in *Proc. IEEE GLOBECOM*, Texas, USA, Dec. 5-9, 2011.
- [21] M. R. A. Khandaker and Y. Rong, "Multicasting MIMO relay optimization based on min-max MSE criterion," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun. Systems (ICCS'2012)*, Singapore, Nov. 21-23, 2012, pp. 16- 20.
- [22] M. R. A. Khandaker and Y. Rong, "Precoding design for MIMO relay multicasting," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 12, pp. 3544–3555, Jul. 2013.
- [23] M. R. A. Khandaker and Y. Rong, "Simplified MIMO relay design for multicasting from multiple sources," in *Proc. IEEE ICASSP*, Florence, Italy, May 4-9, 2014.
- [24] D. P. Palomar and Y. Jiang, *MIMO Transceiver Design via Majorization Theory*. now Publishers, 2007.
- [25] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993.
- [26] Y. Rong, "Simplified algorithms for optimizing multiuser multi-hop MIMO relay systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 59, pp. 2896–2904, Oct. 2011.
- [27] C. Song, K.-J. Lee, and I. Lee, "MMSE based transceiver designs in closed-loop non-regenerative MIMO relaying systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 9, pp. 2310–2319, Jul. 2010.
- [28] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge, U. K.: Cambridge University Press, 2004.
- [29] M. Grant and S. Boyd, "Cvx: Matlab software for disciplined convex programming (web page and software)." <http://cvxr.com/cvx>, April, 2010.
- [30] Y. Nesterov and A. Nemirovski, *Interior Point Polynomial Algorithms in Convex Programming*. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.