

تکنیک کوانتومی برای کنترل دسترسی در محاسبات ابری 2:

رمزگذاری و توزیع کلید

چکیده

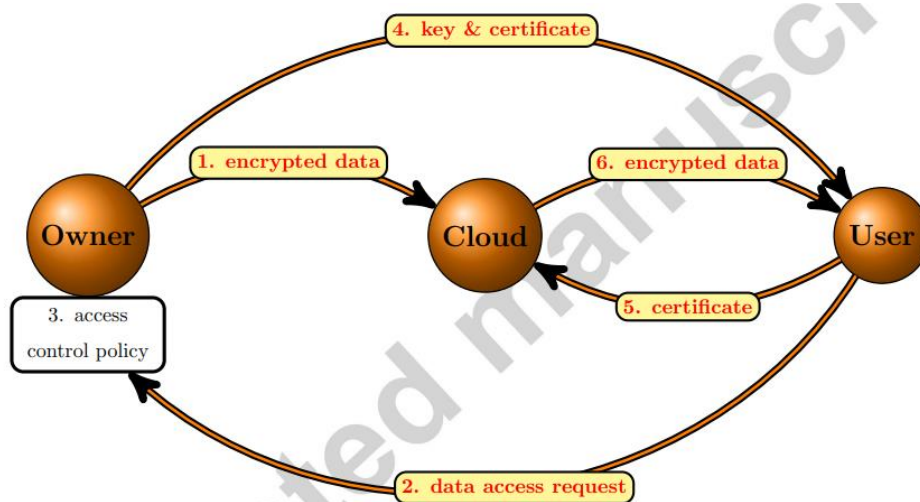
این دومین مقاله از مجموعه مقالات مربوط به کنترل دسترسی است که با مشکلات در محاسبات ابری با اتخاذ تکنیک های کوانتومی سروکار دارد. در این مقاله ما کاربرد رمزنگاری کوانتومی و توزیع کلید کوانتومی در دسترسی به مشکل کنترل را مورد مطالعه قرار می دهیم. طرح رمزنگاری و پروتکل را برای توزیع کلید در تنظیمات مکانیک-های طبقه بندی شده کوانتوم (CQM) تدوین و فرمول بندی می کنیم. زبان گرافیکی CQM در این مقاله استفاده می شود. این طرح / پروتکل کوانتومی که پیشنهاد می کنیم، دارای مزایای متعددی برای طرح ها / پروتکل های ارائه شده در حالت هنر برای همان هدف است. آنها از لحاظ اطلاعاتی در فن آوری کنونی امن و قابل اجرا هستند.

کلمات کلیدی: رمزنگاری کوانتومی، توزیع کلید کوانتومی، طبقه بندی مکانیک کوانتومی، کنترل دسترسی

1. مقدمه

این دومین مقاله از مجموعه مقالاتی است که با مسائل کنترل دسترسی در محاسبات ابری با اتخاذ تکنیک کوانتوم سروکار دارد [30]. مدلی ساده برای مسائل کنترل دسترسی در محاسبات ابری، که در شکل 1 نشان داده شده است مانند مالک داده، کاربر داده و ابر. صاحب داده، داده های رمزگذاری شده (بیت یا کویتها) را روی ابر قرار می دهد جایی که در آن کاربر بتواند دسترسی داشته باشد. به محض دریافت درخواست دسترسی به داده از جانب کاربر،

مالک داده یک سیاست کنترل دسترسی را به منظور تصمیم‌گیری به کار می‌برد در مورد این موضوع که کاربر باید به دسترسی نفوذ پیدا کند. پس از آن، اگر سیاست کنترل دسترسی اظهار بر این داشته باشد که دسترسی باید به کاربر داده شود، پس مالک داده کلید مربوطه و تاییدیه را به کاربر ارسال می‌کند. در نهایت، به محض تأیید موفقیت-آمیز تاییدیه توسط ابر، کاربر تاییدیه را به ابر می‌فرستد و داده‌های رمزگشایی شده را بدست می‌آورد.



شکل 1: دسترسی داده‌ها در محاسبات ابری

در اولین مقاله این مجموعه [30]، استدلال ضروری کوانتومی را بعنوان یک زبان رسمی برای مشخص کردن سیاست‌های کنترل دسترسی توسعه می‌دهیم، که به مالک در تصمیم‌گیری اینکه آیا برای دسترسی به کاربر مجوز دهد یا نه کمک می‌کند. اما چگونه به کاربر دسترسی مطمئن داده می‌شود؟ رمزنگاری ابزار مناسبی را برای حل این مشکل ارائه می‌کند. بسیاری از راه حل‌های رمزنگاری برای مشکل اعطای دسترسی پیشنهاد شده است [2, 6, 7, 8, 23, 24]. ایده اصلی این است: ابتدا تمام منابع را رمزگذاری کنید، سپس کلیدهایی را برای رمزگشایی به کاربرانی که اجازه دسترسی دارند اختصاص دهید. بطور دقیق‌تر، فرض کنید منابع $\{data_1, \dots, data_n\}$ را داریم، سپس کلیدی را به یک کاربر اختصاص می‌دهیم البته اگر کاربر اجازه دسترسی به آن را داشته باشد. بنابراین، رمزگذاری و توزیع کلید نقش مهمی را در اعطای دسترسی ایفا می‌کند. در این مقاله، تکنیک‌های کوانتوم برای رمزنگاری و توزیع کلید را با استفاده از چارچوب ماشین‌های کوانتوم دسته‌بندی شده (CQM) توسعه می‌دهیم.

ساختار بقیه این مقاله به شرح زیر است: در بخش 2 دانش پس‌زمینه در ماشین‌های کوانتوم دسته‌بندی شده را ارائه می‌کنیم. بنابراین رمزگذاری را با مشاهدات مکملانه در بخش 3 معرفی می‌کنیم. در بخش 4 پروتکل کوانتومی خودمان را برای توزیع کلید ارائه می‌کنیم. در بخش 5 آثار مرتبط را بحث می‌کنیم و در بخش 6 مقاله نتیجه‌گیری می‌شود.

2. مکانیک کوانتومی طبقه بندی شده

مکانیک کوانتومی طبقه بندی شده [1, 16, 17, 11, 4, 13, 14] مربوط به مطالعه محاسبات کوانتومی و پایه های کوانتومی با استفاده از نظریه طبقه بندی، همچنین به عنوان زبان گرافیکی نزدیک به موضوع نظریه طبقه بندی شده است. ترکیب بندی سیستم های کوانتومی در CQM به عنوان یک پیوند اولیه قلمداد می‌شود که به راحتی با قلاب دسته بندی مونوایدال متقارن (\dagger -SMC) توصیف می‌شود.

2.1 نظریه دسته ها

تعریف 1 (دسته). A رده C شامل موارد زیر است:

1. مجموعه $(ob(C))$ از اشیاء،

2. برای هر جفت اجسام A, B ، یک مجموعه (A, B, C) از مورفیزم ها،

3. برای هر جسم A ، یک مورفیزم باهویت خاص: (A_1, A, A) ،

4. عملیات ترکیب ترتیبی برای مورفیزم ها:

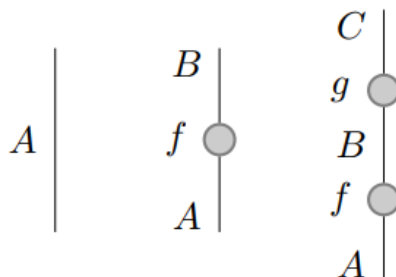
$$\circ : C(B, C) \times C(A, B) \rightarrow C(A, C),$$

برآورده نمودن شرایط زیر:

$$(1) \quad (h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f) \text{ است: وابسته است}$$

$$(2) \quad \circ \text{ در مورفیزم های متحرک است: } 1A_1 \circ f = f \circ f = f \text{ برای همه } f \in C(A, B).$$

می‌توانیم به صورت گرافیکی اشیا را مانند سیم‌ها و مورفیس‌ها ارائه دهیم و سیم ورودی و سیم خروجی مانند گره‌ها به هم متصل می‌شوند. این نمودارها از پایین به بالا خوانده می‌شوند. در این زبان گرافیکی شرایط ترکیب ترتیبی، یکپارچگی و وابستگی بی‌اهمیت می‌شود.



مثال 1. در FinHilb ، که گروه ابعاد محدود فضاهای هیلبرت هستند، اشیاء فضاهای ابعاد محدود فضاهای هیلبرت فراتر از اعداد پیچیده هستند، مورفیس‌ها نقشه‌های خطی هستند. هویت‌ها عملکرد هویت در هر فضای هیلبرت است. ترکیب ترتیبی ترکیبی از نقشه‌های خطی است.

تعریف 2 (عملگر). فرض کنید C و D دسته بندی شده اند. یک عملگر $F: C \rightarrow D$ تعریف می‌شود با

• برای هر شی $A \in \text{ob}(C)$ یک شی $F(A) \in \text{ob}(D)$.

• برای هر مورفیس $f: A \rightarrow B$ یک مورفیس $F(f): F(A) \rightarrow F(B)$ اینگونه

$F(f \circ g) = F(f) \circ F(g)$ و $F(1_A) = 1_{F(A)}$.

تعریف 3 (ایزومورفیسم طبیعی). فرض کنید $F, G: C \rightarrow D$ عمل‌گرها باشد. تغییر طبیعی $\tau: F \rightarrow G$ یک

خانواده از مورفیس‌ها در D ، $\tau_A: F(A) \rightarrow G(A)$ ، نشان داده شده توسط اشیاء C می‌باشد، به طوری

که مربع زیر حرکت می‌کند:

$$\begin{array}{ccc} F(A) & \xrightarrow{\tau_A} & G(A) \\ F(f) \downarrow & & \downarrow G(f) \\ F(B) & \xrightarrow{\tau_B} & G(B) \end{array}$$

برای همه مورفیزم ها $(A, f \in C, B)$. یک ایزومورفیسم طبیعی یک تغییر طبیعی است جایی که هر یک از τ_A یک ایزومورفیسم هستند. بدین معنا که یک مورفیزم وجود دارد

$$\tau_A^{-1} \text{ such that } \tau_A^{-1} \circ \tau_A \text{ and } \tau_A \circ \tau_A^{-1} \text{ are identities.}$$

تعریف 4 (دسته [11] Monoidal). یک رده مونوئیدی شامل داده های زیر:

• یک دسته C

• یک شیء واحد $(I \in \text{ob}(C))$,

• دو عملگر \otimes به $C \times C \rightarrow C$ به طوری که

1 \otimes عملیات ترکیب موازی برای اشیاء است:

$$\otimes : \text{ob}(C) \times \text{ob}(C) \rightarrow \text{ob}(C),$$

2. \otimes عمل ترکیبی موازی برای مورفیزم ها است:

$$\otimes : C(A, B) \times C(C, D) \rightarrow C(A \otimes C, B \otimes D),$$

3. \otimes و \circ قانون تبادل را برآورده می کند:

$$(g_1 \otimes g_2) \circ (f_1 \otimes f_2) = (g_1 \circ f_1) \otimes (g_2 \circ f_2).$$

$$4. 1_A \otimes 1_B = 1_{A \otimes B}$$

• دو واحد طبیعی ایزومورفیسم

$$\lambda_A : A \simeq I \otimes A \text{ and } \rho_A : A \simeq A \otimes I,$$

یک ایزومورفیسم وابسته طبیعی

$$\alpha_{A, B, C} : A \otimes (B \otimes C) \simeq (A \otimes B) \otimes C ,$$

که موضوع معادلات همبستگی مثلث و پنج ضلعی است، که می توان در Coecke و Paquette یافت [15].

ص. 209.

دو عملگرا \otimes همچنین محصول تانسور نامیده می شود که به عنوان ترکیب موازی عمل می کند. به صورت گرافیکی بشکل افقی که دو مورفیزم (اشیا) باهم در آن قرار دارد ارائه می شود. شی واحد به عنوان یک گراف خالی نمایش داده می شود. اینکه همه شرایط دسته مونوئیدی بی اهمیت است می تواند به راحتی تأیید شود و بطور قطعی در نمایش گرافیکی می تواند جای گیرد.

$$A \otimes C := \begin{array}{c} | \\ A \\ | \\ C \\ | \end{array} \quad f \otimes g := \begin{array}{cc} B & D \\ | & | \\ f \bullet & g \bullet \\ | & | \\ A & C \end{array}$$

مثال 2. FinHilb یک دسته مونوئیدی است. در FinHilb ، ترکیب موازی محصول تانسور فضاهای هیلبرت است. \mathbb{I} زمینه اعداد پیچیده است \mathbb{C} که یک فضای هیلبرت یک بعدی است. ایزومورفیسم های طبیعی چپ و راست به صورت ترتیبی هستند.

$$\lambda_A : A \rightarrow \mathbb{C} \otimes A :: a \mapsto 1 \otimes a \text{ and } \rho_A := A \rightarrow A \otimes \mathbb{C} :: a \mapsto a \otimes 1.$$

ایزومورفیسم طبیعی وابسته :

$$\alpha_{A,B,C} := A \otimes (B \otimes C) \rightarrow (A \otimes B) \otimes C :: a \otimes (b \otimes c) \mapsto (a \otimes b) \otimes c.$$

تعریف 5 (دسته مونوئیدی متقارن [20]). یک دسته مونوئیدی متقارن است اگر با ایزومورفیسم طبیعی به نام مبادله مجهز شده باشد:

$$\sigma_{A,B} : A \otimes B \rightarrow B \otimes A$$

تعریف شده برای تمام اجسام A, B ، به شرح زیر:

- $\sigma_{B,A} \circ \sigma_{A,B} = 1_{A \otimes B}$,
- $\lambda_A^{-1} \circ \sigma_{A,I} = \rho_A^{-1}$,
- $(\sigma_{C,A} \otimes 1_B) \circ \alpha_{C,A,B} \circ \sigma_{A \otimes B, C} = \alpha_{A,C,B} \circ (1_A \otimes \sigma_{B,C}) \circ \alpha_{A,B,C}^{-1}$.

مورفیزم مبادله به صورت گرافیکی به شرح زیر است:

$$\sigma_{A,B} := \begin{array}{c} B \quad A \\ \diagdown \quad / \\ \diagup \quad \diagdown \\ A \quad B \end{array}$$

تعریف 6 (عملگرای کاراکتر \dagger [14, 28]). یک عملگر \dagger مانند برای دسته مونوئیدی متقارن یک عملیات است که به شرح زیر میباشد:

- بر روی اشیاء و مورفیزم‌های هویت، تغییری نکرده است: $\dagger 1_A = 1_A$

$$A = 1A$$

- مورفیزم ذخیره شده: $(f: A \rightarrow B)^\dagger = f^\dagger: B \rightarrow A$

- غیر قابل قبول است: $(f^\dagger)^\dagger = f$

- و با ساختار دسته بندی مونوئیدی متقارن مرتبط میباشد:

$$(g \circ f)^\dagger = f^\dagger \circ g^\dagger \quad (f \otimes g)^\dagger = f^\dagger \otimes g^\dagger$$

$$\sigma_{A,B}^\dagger = \sigma_{B,A} \quad \alpha_{A,B,C}^\dagger = \alpha_{A,B,C}^{-1} \quad \lambda_A^\dagger = \lambda_A^{-1}$$

در زبان گرافیکی، اگر کاراکتر + عملگر را به یک گراف اعمال کنیم، نمودار بصورت عمودی منعکس میشود.

تعریف 7 (دسته مونوئیدی متقارن کاراکتر + [14]). یک دسته مونوئیدی متقارن کاراکتر + (\dagger -SMC) یک دسته مونوئیدی متقارن مجهز به کاراکتر می‌باشد.

مثال 3. FinHilb یک \dagger -SMC است. در FinHilb ، مبادله برای هر فضای هیلبرت A ، B یک ایزومورفیزم طبیعی است.

$$\sigma_{A,B} := A \otimes B \rightarrow B \otimes A :: a \otimes b \mapsto b \otimes a.$$

\dagger اپراتور مجاور (ترانزیستور) است.

تعریف 8 (دسته بندی جمعی کاراکتر + دوگانه) [14]. دسته بندی جمعی کاراکتر + یک \dagger - SMC است که در آن برای هر شی A یک مورفیزم وجود دارد.

$$\eta_A : I \rightarrow (A \otimes A):$$

$$1. (\eta_A^\dagger \otimes 1_A) \circ (1_A \otimes \eta_A) = 1_A$$

$$2. \sigma_{A,A} \circ \eta_A = \eta_A$$

بطور گرافیکی، ساختار جمعی η_A و مجاورهای آن $A \dagger \eta$ به ترتیب بصورت نمای یک فنجان و یک کلاه نمایش می شود:

$$\eta_A := \cup \qquad \eta_A^\dagger := \cap$$

فشرده سازی گرافیکی به صورت زیر است:

$$\text{[Diagram showing a wavy line equal to a vertical line, and a figure-eight shape equal to a cup shape.]}$$

در هر رده مونوئیدی \mathcal{C} ، یک مورفیزم $(I, s \in \mathcal{C})$ اسکالر نامیده می شود که بعنوان یک عدد درک می شود. به صورت گرافیکی، اسکالرها را به عنوان الماس نشان می دهیم:

$$1 \qquad 0$$

مثال 4. در FinHilb ، اسکالرها ی در زمینه اعداد پیچیده \mathbb{C} را تشکیل می دهند.

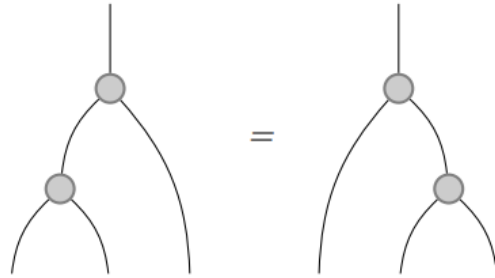
2.2 جبر Frobenius و قابل مشاهده

تعریف 9 (جبر Frobenius [12]). فرض کنید \mathcal{C} یک دسته مونوئیدی باشد. جبر Frobenius بر روی \mathcal{C} جسم A با (ضرب، واحد، کپی و حذف) مورفیزم ها همراه است.

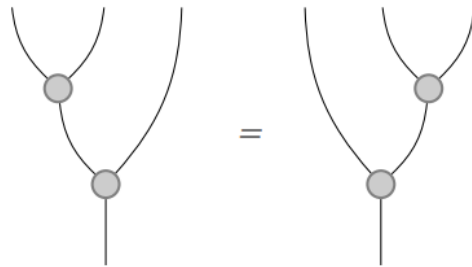
$$m : A \otimes A \rightarrow A \qquad u : I \rightarrow A \qquad c : A \rightarrow A \otimes A \qquad d : A \rightarrow I.$$

معادلات بشرح زیر است:

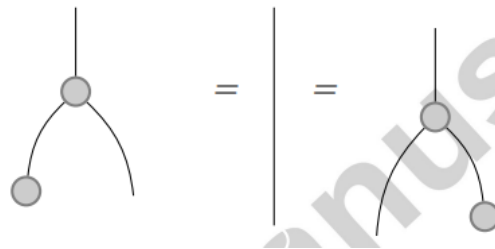
• وابستگی: $(m \circ (m \otimes 1A) = m \circ (1A \otimes m)$. گرافیکی، وابستگی به شرح زیر تصور می شود:



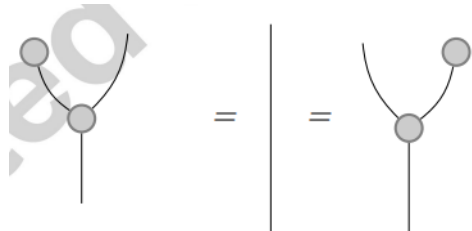
• همبستگی: $(c \otimes 1A) \circ c = (1A \otimes c) \circ c$. گرافیکی



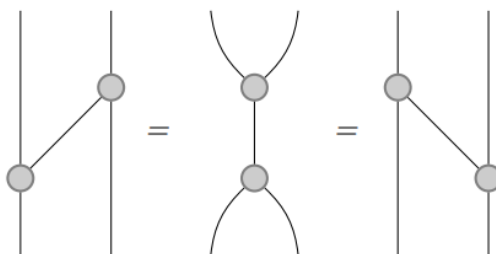
• یکپارچگی: $(m \circ (u \otimes 1A) = 1A = m \circ (1A \otimes u)$. گرافیکی



• محوریت: $(d \otimes 1A) \circ c = 1A = (1A \otimes d) \circ c$. گرافیکی



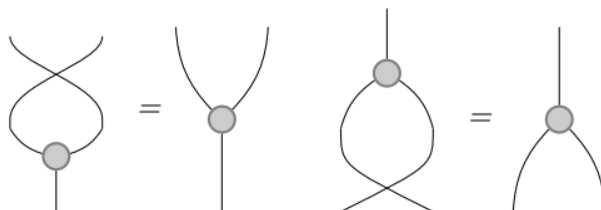
• شرایط Frobenius $(1A \otimes m) \circ (c \otimes 1A) = c \circ m = (m \otimes 1A) \circ (1A \otimes c)$: گرافیکی



تعریف 10 (جبر Frobenius جایگزین [12]). جبر Frobenius وقتی معادلات زیرارائه می شوند، جایگزین می-

شود:

$$\sigma_{A,A} \circ c = c \quad m \circ \sigma_{A,A} = m.$$



تعریف 11 (جبر Frobenius جایگزین کاراکتر+(12)). یک کاراکتر جایگزین جبر Frobenius در یک دسته

مونوئیدی متقارن کاراکتر+، جبر Frobenius ی جایگزین است که علاوه بر این معادلات را زیر را بشرح زیر ارائه

می دهد

$$c = m^\dagger, d = u^\dagger.$$



برای توصیف جبر Frobenius جایگزین کاراکتر+، فقط نیاز به توصیف چندگانه و واحد، و تعریف کپی و حذف

توسط عملگر+ داریم.

مثال 5: SMC FinHilb- را در نظر بگیرید، C_n یک شی FinHilb است. براساس وارونوال $\{0, \dots, n-1\}$

است. توجه داشته باشید که برای مشخص کردن یک نقشه خطی بین فضاها ی هیلبرت، فقط نیاز به مشخص کردن

عملکرد نقشه بر اساس وارونوال داریم. حالا فرض می کنیم:

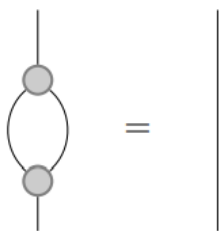
1. $M_{\mathbb{C}^n} : \mathbb{C}^n \otimes \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n :: |i\rangle \otimes |j\rangle \mapsto \begin{cases} |i\rangle & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$
2. $U_{\mathbb{C}^n} : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^n :: 1 \mapsto \sum_{i=0}^{n-1} |i\rangle$
3. $C_{\mathbb{C}^n} : \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n \otimes \mathbb{C}^n :: |i\rangle \mapsto |i\rangle \otimes |i\rangle$
4. $D_{\mathbb{C}^n} : \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C} :: |i\rangle \mapsto 1$

پس $FroA_{\mathbb{C}^n} = (\mathbb{C}^n, M_{\mathbb{C}^n}, U_{\mathbb{C}^n}, C_{\mathbb{C}^n}, D_{\mathbb{C}^n})$ یک جبر Frobenius جایگزین کاراکتر+ است.

3. رمزگذاری توسط تعریف مشاهدات مکمل

12) ساختار قابل مشاهده [11]. یک ساختار قابل مشاهده در $a \dagger$ -SMC یک جبر Frobenius جایگزین

کاراکتر+ (u, m, A) است به طوری که $m \circ m \dagger = 1_A$ گرافیکی



یک ساختار قابل مشاهده (u, m, A) هنگام تنظیم $u \circ m \dagger = \eta_A$ یک خود دوگانه ایجاد می کند.



مثال 6: جسم \mathbb{C}^2 را در FinHilb در نظر بگیرید، فرض کنید $m \dagger z$:

1. $m_z \dagger : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 :: \begin{cases} |0\rangle \mapsto |00\rangle \\ |1\rangle \mapsto |11\rangle \end{cases}$
2. $u_z : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^2 :: 1 \mapsto |0\rangle + |1\rangle$

پس $O_z = (\mathbb{C}^2, m_z, u_z)$ یک ساختار قابل مشاهده است.

مثال 7. برای \mathbb{C}^2 در FinHilb ، فرض کنید

$$1. m_x^\dagger : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 :: \begin{cases} |+\rangle \mapsto |++\rangle \\ |-\rangle \mapsto |--\rangle \end{cases}$$

$$2. u_x : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^2 :: 1 \mapsto |+\rangle + |-\rangle$$

پس $O_x = (\mathbb{C}^2, m_x, u_x)$ یک ساختار قابل مشاهده است.

مثال 8: برای \mathbb{C}^2 در Fin Hilb فرض کنید

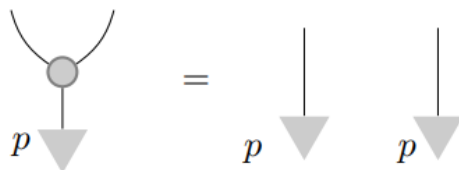
$$\text{let } |i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle) \text{ and } |\bar{i}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$$

$$1. m_y^\dagger : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 :: \begin{cases} |i\rangle \mapsto |ii\rangle \\ |\bar{i}\rangle \mapsto |\bar{i}\bar{i}\rangle \end{cases}$$

$$2. u_y : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^2 :: 1 \mapsto |i\rangle + |\bar{i}\rangle$$

پس $O_y = (\mathbb{C}^2, m_y, u_y)$ یک ساختار قابل مشاهده است.

تعریف 13: یک نقطه قابل کپی، فرض کنید C یک \dagger -SMC باشد و (A, m, u) یک جبر Frobenius بر روی C نقطه قابل کپی از یک (A, m, u) یک نقطه $p : I \rightarrow A$ مانند $p \circ p = p \otimes p$ می باشد.



تعریف 14 (مشتقات [11]). فرض کنید $f : A \rightarrow B$ یک مورفیسم باشد. اتصال آن $f^* : A \rightarrow B$ به صورت زیر

تعریف می شود

$$f_* := (1_B \otimes \eta_B^\dagger) \circ (1_A \otimes f \otimes B) \circ (\eta_A \otimes 1_B).$$

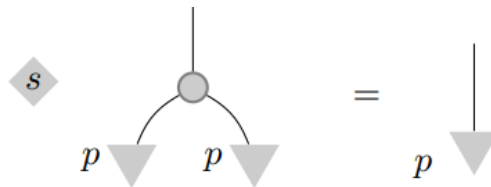
یک مورفیزم f خودمحور است اگر $f = f \circ *$. از لحاظ گرافیکی، اتصال f یک بازتاب افقی از f است بنابراین، مورفیزم خودمحور تحت بازتاب افقی غیر قابل تغییر است.

مثال 9. تعداد / اسکالرهای مورفیزم هایی از I تا I هستند. در FinHilb ، یک عدد منحصراً به فرد خود است اگر که یک عدد واقعی باشد

تعریف 15 (نقاط کلاسیک [11]). با توجه به ساختار قابل مشاهده (u, m, A) یک نقطه $p: I \rightarrow A$ در این ساختار اگر خودمحور، قابل کپی و $u^\dagger \circ p = 1$ باشد، کلاسیک است.

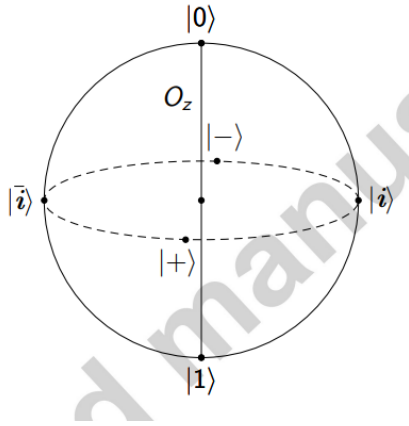
مثال 10. برای ساختار قابل مشاهده Oz ، $|0\rangle$ و $|1\rangle$ نقاط کلاسیک هستند. برای Ox ، $|+\rangle$ و $|-\rangle$ نقاط کلاسیک هستند. به طور کلی، هر قطر در کروک Bloch یک ساختار قابل مشاهده است و دو نقطه انتهایی قطر نقاط کلاسیک ساختار قابل مشاهده مربوطه هستند.

تعریف 16 (نقاط بی طرف [11]). با توجه به ساختار قابل مشاهده (u, m, A) یک نقطه $p: I \rightarrow A$ برای این ساختار بی طرف است اگر یک scalar وجود دارد: $I \rightarrow I$ به طوری که $s \otimes (m \circ (p \otimes p)) = p$



مثال 11. برای ساختار قابل مشاهده Oz ، $|+\rangle$ ، $|-\rangle$ ، $|i\rangle$ and $|\bar{i}\rangle$ نقاط بی طرف هستند. به طور کلی، هر نقطه

ای بر روی استوا از حوزه Bloch برای Oz یک نقطه بی طرف است. مجموعه ای از تمام نقاط بی طرف از یک ساختار قابل مشاهده یک دایره ایجاد می کند که مرکز توپ را می گیرد و بر قطر مربوط به ساختار قابل مشاهده عمود است.



3.1 تعریف مکمل قابل مشاهده

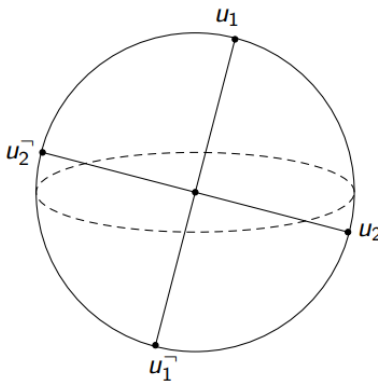
17 (مکمل قابل مشاهده [11]). دو قابل مشاهده (U_1, M_1, A) و (u_2, m_2, A) در \dagger -SMC a مکمل است اگر موارد زیر مشروح باشند

• COMP1: هر وقت $k: I \rightarrow A$ برای (u_1, m_1) کلاسیک است، برای آن بی طرف است (m_2, u_2)

• COMP2: هر زمان $k: I \rightarrow A$ برای (u_2, m_2) کلاسیک است، برای آن بی طرف است (u_1, m_1) .

هر کوبیت قابل مشاهده (u, m, C^2) دارای دو نقطه کلاسیک است. آنها را به ترتیب با U و \bar{U} نشان می‌دهیم.

مثال 12. در FinHilb ، برای جسم C^2 ، O_x, O_y, O_z به صورت جفت های مکمل هستند. به طور کلی، هر دو قطر عمود بر کره Bloch نشان دهنده دو مشاهده گر مکمل است.



3.2 رمزگذاری توسط تغییر فاز براساس مشاهدات مکمل

Coecke و همکاران [11] نشان دادند که یک تغییر فاز کوپیت‌های قابل مشاهده $(C2, m, u)$ برای یک ماتریس،

ایزومورفیک است $|u\rangle\langle u| + e^{i\alpha}|u^\neg\rangle\langle u^\neg|$, in which $\alpha \in [0, 2\pi)$. از $S(\alpha)$ برای نشان دادن تغییر

فاز استفاده می‌کنیم که برای $|u\rangle\langle u| + e^{i\alpha}|u^\neg\rangle\langle u^\neg|$ ایزومورفیک است.

برای دو مکمل قابل مشاهده از کوپیت‌ها، $(C2, m1, u1)$ and $(C2, m2, u2)$ کوپیت‌های قابل مشاهده منحصر به

فردی وجود دارد $(C2, m3, u3)$ که مکمل هر دو $(C2, m1, u1)$ and $(C2, m2, u2)$ هستند. تغییر فاز از

u_1 to u_2 , u_2 to u_1^\neg , u_1^\neg to u_2^\neg and u_2^\neg to u_1 نشان داده می‌شود $S_3(\frac{\pi}{2})$ of (\mathbb{C}^2, m_3, u_3)

نتایج کاربرد $S_3(\frac{\pi}{2})$ به $\{u_1, u_2, u_1^\neg, u_2^\neg\}$ در جدول زیر خلاصه می‌شود.

state \ morphism	$S_3(0)$	$S_3(\frac{\pi}{2})$	$S_3(\pi)$	$S_3(\frac{3\pi}{2})$
u_1	u_1	u_2	u_1^\neg	u_2^\neg
u_2	u_2	u_1^\neg	u_2^\neg	u_1
u_1^\neg	u_1^\neg	u_2^\neg	u_1	u_2
u_2^\neg	u_2^\neg	u_1	u_2	u_1^\neg

جدول 1: رمزگذاری توسط تغییر فاز

یادآوری 1: تغییر فاز $S(\frac{\pi}{2})$ یک تعمیم از عملگر \sqrt{NOT} در رایش منطقی کوانتومی است.

$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1-i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix} \sqrt{NOT}$ [9, 21, 18, 22, 10]. درحقیقت ارائه ماتریس از

در تغییرات فاز O_X $S_x(\frac{\pi}{2})$ قابل مشاهده است. $|+\rangle\langle +| + e^{\frac{\pi}{2}i}|-\rangle\langle -|$

تعریف 19 (رمزگذاری توسط مکمل های قابل مشاهده). برای دو مکمل قابل مشاهده شده از کویتها، $(C2, m1)$

و $(C2, m2, u2)$ فرض میکنیم کلید $= \{S_3(0), S_3(\frac{\pi}{2}), S_3(\pi), S_3(\frac{3\pi}{2})\}$ یک رمزگذاری توسط

مشاهدات مکمل یک عملکرد رمزگشایی می باشد $C2 \rightarrow \text{Key} \times C2$: که نقشه های یک کویت

$S \in \text{Key}$ است که $|\alpha\rangle$ to $S|\alpha\rangle$

همچنین از $Enc_S(|\alpha\rangle)$ برای مشخص کردن $Enc(S, |\alpha\rangle)$ استفاده می کنیم.

تعریف 20 (امنیت اطلاعاتی). یک طرح رمزگذاری اطلاعاتی ایمن است اگر برای هر کویت $|\alpha\rangle$ باشد. اگر ما آن را

با در نظر گرفتن کلید به توزیع احتمالی یکنواخت در فضای کلیدی $\{key_1, \dots, key_n\}$ به آن رمزگذاری می

کنیم، نتیجه یک حالت کاملاً ترکیبی است. یعنی $\{Enc_{key_1}(|\alpha\rangle), \dots, Enc_{key_n}(|\alpha\rangle)\}$ توزیع احتمالی

یکپارچه یک حالت کاملاً ترکیبی است.

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

به خوانندگان یادآوری می کنیم که حالت کاملاً ترکیبی از یک کویت توسط ماتریس متراکم ارائه می-

شود. در توپ Bloch، حالت کاملاً ترکیبی توسط مرکز توپ نشان داده می شود. برای دو کویت قابل مشاهده

مکمل $(u1, m1, C2)$ و $(u2, m2, C2)$ ، توزیع احتمالی ϕ بیش از $\{u_1, u_1^-, u_2, u_2^-\}$ مانند

همیشه یک حالت کاملاً ترکیبی می باشد. $\phi(u_1) = \phi(u_1^-)$ and $\phi(u_2) = \phi(u_2^-)$

قضیه 1 رمزگذاری توسط مشاهدات مکملانه ی کویتها از منظر اطلاعاتی امن است.

اثبات: فرض کنید (C^2, m_1, u_1) و (C^2, m_1, u_1) یک جفت اختیاری از مشاهدات مکملانه کویتها باشند. فرض

کنید $Key = \{S_3(0), S_3(\frac{\pi}{2}), S_3(\pi), S_3(\frac{3\pi}{2})\}$ فضای خالی ناشی از این جفت از مشاهدات مکملانه باشد.

برای کویت u_1 پس از رمزگذاری با مشاهدات مکملانه، یک توزیع احتمالی متحد در طول $\{u_1, u_1^-, u_2, u_2^-\}$ را

بدست می آوریم، که در کل حالتی ترکیبی میباشد. بصورت مشابه، برای کویت u_1^- پس از رمزگذاری توسط

مشاهدات مکملانه، یک توزیع احتمال متحد در طول $\{u_1, u_1^-, u_2, u_2^-\}$ را بدست می آوریم.

اکنون و را بعنوان اساس کوبیت‌ها بگیرید. سپس هر کوبیت $|\alpha\rangle = au_1 + bu_1^{\bar{}}$ برای برخی $a, b \in \mathbb{C}$ به طوری که $|a|^2 + |b|^2 = 1$ اگر $|\alpha\rangle$ را با مشاهدات مکملانه رمزگذاری کنیم یک توزیع احتمالی متحد در طول را بدست می‌آوریم، که هنوز هم یک حالت کاملاً ترکیبی است.

4. توزیع کلید: پروتکل سه فازه تعمیم یافته کوانتوم

پروتکل سه گذره در رمزنگاری [25] پروتکلی است که امکان ارسال پیام بصورت ایمن از طرف اول به ارسال پیام به طرف دوم با تبادل سه پیام رمزگذاری شده را فراهم می‌کند. ایده اساسی پروتکل سه گذره این است که هر کدام از طرفها کلید های خصوصی برای رمزگذاری و رمزگشایی دارد و به طور مستقل از کلیدهای خود استفاده می‌کنند، ابتدا برای رمزگذاری و سپس برای رمزگشایی پیام

به صورت غیر رسمی، پروتکل سه گذر برای آلیس بصورت مخفیانه یک شی را به باب ارسال می‌کند به شرح زیر:

1. آلیس شی را در یک جعبه قرار می‌دهد، جعبه را قفل می‌کند و آن را به باب می‌فرستد

2. باب قفل خود را به جعبه اضافه می‌کند و آن را به آلیس می‌فرستد.

3. آلیس قفل خود را برمی‌دارد و جعبه را به باب می‌فرستد.

این پروتکل می‌تواند با استفاده از عملیات منحصر به فرد \oplus OR در رمزنگاری کلاسیک اجر اشود.

1. برای یک بیت x ، آلیس آن را با کلید Ka خودش رمزگذاری می‌کند و سپس بیت رمزگذاری شده $(x \oplus K)$ را به باب ارسال میکند.

2. باب بیت رمزگشایی شده را با کلید Kb خودش رمزگذاری می‌کند و $(x \oplus ka) \oplus kb$ را به آلیس ارسال می‌کند.

3. آلیس آنچه را که توسط Ka دریافت کرده است را رمزگذاری می‌کند $((x \oplus kb) \oplus ka = x \oplus ka) \oplus kb$ سپس $x \oplus kb$ را به باب می‌فرستد.

پروتکل سه گذره کوانتومی برای شنیدن مقاومت میکند. یکی از ضررهای پروتکل سه گذره کوانتومی کاناموری و یو این است که فضای کلیدی رمزگذاری آنها یک مجموعه بی نهایت است. اخیراً، Qiu و همکاران [27] پروتکل های

سه فازه کوانتومی دیگر در چارچوب CQM را توسعه می‌دهند به طوری که اندازه فضای کلیدی به طور قابل توجهی کوچکتر میشود. در این مقاله، پروتکل پیشنهاد شده در 27 را تعمیم می‌دهیم.

با توجه به دو مشاهدات تکمیلی داده شده از کوبیدها (u_1, m_1, C_2) و (u_2, m_2, C_2) از جفت نقاط کلاسیک از یک ساختار قابل مشاهده استفاده می‌کنیم، می‌گویند u_1 و u_1 برای کد کردن 0 و 1 به ترتیب. فضای کلیدی ما برای رمزگذاری و رمزگشایی کلید $\{S_3(0), S_3(\pi), S_3(2\pi), S_3(3\pi/2)\}$ است. فرض می‌کنیم k, k^\dagger یک جفت کلید رمزگذاری/رمزگشایی است، که در آن $k^\dagger = S_3(2\pi - i\pi/2)$ برای $k = S_3(i\pi/2)$.

پروتکل سه‌فازه کوانتوم خودمان برای آلیس به منظور ارسال یک کوبیت $|\alpha\rangle$ برای باب متشکل از مراحل زیر است:

1. آلیس بصورت تصادف کلید خصوصی خودش $k_a \in Key$ را تولید می‌کند. باب بصورت تصادفی کلید خصوصی خودش $k_b \in Key$ را ارائه می‌کند.

2. آلیس $|\alpha\rangle$ را توسط k_a رمزگذاری می‌کند و $Enc(k_a, |\alpha\rangle) = k_a|\alpha\rangle$ را به باب ارسال می‌کند.

3. باب متن رمز دریافتی $k_a|\alpha\rangle$ را توسط k_b رمزگذاری می‌کند و $k_b k_a|\alpha\rangle$ را به آلیس ارسال می‌کند.

4. آلیس $k_b k_a|\alpha\rangle$ را توسط k_a^\dagger رمزگشایی می‌کند و $k_a^\dagger k_b k_a|\alpha\rangle$ را به باب می‌فرستد.

5. باب $k_a^\dagger k_b k_a|\alpha\rangle$ را توسط k_b رمزگشایی می‌کند و $k_b^\dagger k_a^\dagger k_b k_a|\alpha\rangle$ را بدست می‌آورد.

این پروتکل را می‌توان توسط مالک داده‌ها به منظور ارسال کلید وی و گواهی برای کاربر استفاده کرد، همانطور که توسط مرحله 4 در شکل 1 نشان داده شده است. صحت پروتکل خودمان با جابجایی تغییر فاز در طول مشاهدات مکملانه تضمین می‌شود.

قضیه 2. پروتکل کوانتوم سه‌گذری صحیح است.

اثبات: فرض کنید آلیس u را بعنوان کلید خودش و باب v را بعنوان کلید خودش انتخاب می‌کند، پس مشتقات گرافیکی زیر را داریم:

که بدان معناست که ترکیب ترتیبی عملیات 2 نهاد به کاررفته در پروتکل معادل با اپراتور هویت است. بنابراین، کوبیت بصورتی صحیح انتقال می‌یابد.

امنیت بیشتر پروتکل‌های موجود از توزیع کلید برای کنترل دسترسی در محیط‌های ابری متکی بر پیچیدگی محاسباتی مسائلی همچون فاکتورازیسیون اصلی است. بنابراین زمانی که یک کامپیوتر کوانتوم ساخته می‌شود، پروتکل آنها ممکن است در زمان چند جمله‌ای به خطر بیافتند [29]. در نتیجه، پروتکل خودمان با توجه به کامپیوترهای کوانتوم امن است، از آنجا که این امنیت اطلاعاتی را با توجه به متمم مشاهدات ارائه می‌کند. در اینجا یک پروتکل توزیع کلید از نقطه نظر اطلاعاتی امن است اگر که داده‌ها باشند.

قضیه 3. پروتکل سه‌گذری کوانتوم از منظر اطلاعاتی امن است بدین معنا که کوبیتی که در هر مرحله از پروتکل منتقل می‌شود که در کل حالتی ترکیبی می‌باشد.
اثبات: این یک نتیجه ساده از قضایای 1 و 2 است.

5. اثر مرتبط

طرح رمزگذاری پد بموقع کوانتوم [5] احتمالاً مهمترین رمز شناخته شده در رمزنگاری کوانتوم است. فضای کلید برای پد بموقع کوانتوم $\{I, X, Z, XZ\}$ است. در حالی که این فضای کلید بسیار شبیه به نتیجه خطا و آزمون است، طرح رمزنگاری ما بسیار نظاممند است و دارای یک پس‌زمینه تئوریک بسیار عمیق است، و در عین حال همان امنیت را بعنوان یک پد بموقع کوانتوم تضمین می‌کند.

اولین و مهمترین پروتکل برای توزیع کلیدی کوانتوم توسط بنهت و براسارد [3] توسعه یافت، که بعنوان پروتکل BB84 شناخته می‌شود. در پروتکل BB84، بیش از نیمی از کوبیت‌های منتقل شده باید حذف شود. پروتکل سه‌گذره کوانتوم بسیار کارآمد است بدان معنا که هیچ کوبیت انتقالی نباید حذف شود. علاوه بر این، پروتکل کوانتوم سه‌گذره را می‌توان استفاده کرد تا بصورتی مخفیانه داده‌های کوانتوم ارسال شود، در حالی که BB84 نمی‌تواند انجام دهد. پروتکل سه‌گذره کوانتوم معرفی شده در [27] موجب استفاده از تغییر فاز در طول دو مشاهده مکملانه یعنی O_x و O_z می‌شود. پروتکل سه‌گذره معرفی شده در این مقاله بسیار کلی است، بدین معنا که دو مشاهده مکملانه نمی‌توانند O_x و O_z باشند.

6. نتیجه‌گیری

در این مقاله کاربرد رمزگذاری کوانتوم و توزیع کلیدی کوانتوم در مسئله کنترل دسترسی را مطالعه می‌کنیم. پروتکل / طرح کنترل که در این مقاله ارائه می‌کنیم دارای مزایای مختلفی در طول پروتکل‌ها / طرح‌های موجود ارائه شده برای همان طرح است. آنها از نقطه نظر عملیاتی امن و توسط فن‌آوری کنونی قابل اجرا است. خاطر نشان می‌- سازیم که پیاده‌سازی پروتکل‌های ناهنگاری کوانتوم بسیار آسانتر از ایجاد کامپیوترهای کوانتوم است. بسیاری از پروتکل‌های ناهنگاری کوانتوم در لابراتوارها در دهه‌ها سال پیش تحقق یافت. علاوه بر این، امروزه شرکت‌های تجاری وجود دارد که در حال فروش دستگاه‌ها برای توزیع کلید کوانتوم و فن‌آوری‌های مورد نیاز برای اجرای پروتکل‌ها در مقاله است که در عین حال همین فن‌آوری‌ها برای توزیع کلید کوانتوم مورد نیاز است که توسط شرکت‌های تجاری تحقق می‌یابد.

Reference

- [1] Abramsky S, Coecke B. A categorical semantics of quantum protocols. In: 19th IEEE Symposium on Logic in Computer Science (LICS 2004), 14-17 July 2004, Turku, Finland, Proceedings. IEEE Computer Society; 2004. p. 415–25. URL: <https://doi.org/10.1109/LICS.2004.1319636>. doi:10.1109/LICS.2004.1319636.
- [2] Akl SG, Taylor PD. Cryptographic solution to a problem of access control in a hierarchy. *ACM Trans Comput Syst* 1983;1(3):239–48. URL: <http://doi.acm.org/10.1145/357369.357372>. doi:10.1145/357369.357372.
- [3] Bennetta C, GillesBrassard . Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing. In: Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing. 1984. p. 175–9.
- [4] Bian X, Wang Q. Graphical calculus for qutrit systems. *IEICE Transactions* 2015;98-A(1):391–9. URL: http://search.ieice.org/bin/summary.php?id=e98-a_1_391.
- [5] Boykin PO, Roychowdhury V. Optimal encryption of quantum bits. *Physical Review A* 2003;67:645–8.
- [6] Castiglione A, Santis AD, Masucci B, Palmieri F, Castiglione A, Huang X. Cryptographic hierarchical access control for dynamic structures. *IEEE Trans Information Forensics and Security* 2016;11(10):2349–64. URL: <http://dx.doi.org/10.1109/TIFS.2016.2581147>. doi:10.1109/TIFS.2016.2581147.
- [7] Castiglione A, Santis AD, Masucci B, Palmieri F, Castiglione A, Li J, Huang X. Hierarchical and shared access control. *IEEE Trans Information Forensics and Security* 2016;11(4):850–65. URL: <http://dx.doi.org/10.1109/TIFS.2015.2512533>. doi:10.1109/TIFS.2015.2512533.
- [8] Castiglione A, Santis AD, Masucci B, Palmieri F, Huang X, Castiglione A. Supporting dynamic updates in storage clouds with the akl-taylor scheme. *Inf Sci* 2017;387:56–74. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2016.08.093>. doi:10.1016/j.ins.2016.08.093.
- [9] Cattaneo G, Chiara MLD, Giuntini R, Leporini R. An unsharp logic from quantum computation. *International Journal of Theoretical Physics* 2004;43(7):1803–17. URL: <https://doi.org/10.1023/B:IJTP.0000048821.56239.cb>. doi:10.1023/B:IJTP.0000048821.56239.cb.
- [10] Chiara MD, Giuntini R, Sergioli G, Leporini R. A many-valued approach to quantum computational logics. *Fuzzy Sets and Systems* 2016;URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165011416304560>. doi:<https://doi.org/10.1016/j.fss.2016.12.015>.
- [11] Coecke B, Duncan R. Interacting quantum observables: categorical algebra and diagrammatics. *New Journal of Physics* 2011;13(043016):1–85.
- [12] Coecke B, Heunen C, Kissinger A. Compositional quantum logic. In: Coecke B, Ong L, Panangaden P, editors. *Computation, Logic, Games, and Quantum Foundations. The Many Facets of Samson Abramsky - Essays Dedicated to Samson Abramsky on the Occasion of His 60th Birthday*. Springer; volume 7860 of *Lecture Notes in Computer Science*; 2013. p. 21–36. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-642-38164-5_3. doi:10.1007/978-3-642-38164-5_3.
- [13] Coecke B, Heunen C, Kissinger A. Categories of quantum and classical channels. *Quantum Information Processing* 2016;15(12):5179–209. URL: <https://doi.org/10.1007/s11128-014-0837-4>. doi:10.1007/s11128-014-0837-4.
- [14] Coecke B, Kissinger A. *Picturing Quantum Processes: A First Course in Quantum Theory and Diagrammatic Reasoning*. Cambridge University Press, 2017.
- [15] Coecke B, Paquette E. *Categories for the Practising Physicist*; Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. p. 173–286. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-642-12821-9_3. doi:10.1007/978-3-642-12821-9_3.
- [16] Coecke B, Perdrix S. Environment and classical channels in categorical quantum mechanics. *Logical Methods in Computer Science* 2010;8(4). URL: [https://doi.org/10.2168/LMCS-8\(4:14\)2012](https://doi.org/10.2168/LMCS-8(4:14)2012). doi:10.2168/LMCS-8(4:14)2012.
- [17] Coecke B, Wang Q, Wang B, Wang Y, Zhang Q. Graphical calculus for quantum key distribution (extended abstract). *Electr Notes Theor Comput Sci* 2011;270(2):231–49. URL: <https://doi.org/10.1016/j.entcs.2011.01.034>. doi:10.1016/j.entcs.2011.01.034.

- [18] Giuntini R, Ledda A, Paoli F. Expanding quasi-mv algebras by a quantum operator. *Studia Logica* 2007;87(1):99–128. URL: <https://doi.org/10.1007/s11225-007-9079-0>. doi:10.1007/s11225-007-9079-0.
- [19] Kanamori Y, Yoo S. Quantum three-pass protocol: Key distribution using quantum superposition states. *International Journal of Network Security and Its Applications* 2009;1(2):64–70.
- [20] Lane SM. *Categories for the Working Mathematician*. Springer-Verlag, 1998.
- [21] Ledda A, König M, Paoli F, Giuntini R. Mv-algebras and quantum computation. *Studia Logica* 2006;82(2):245–70. URL: <https://doi.org/10.1007/s11225-006-7202-2>. doi:10.1007/s11225-006-7202-2.
- [22] Ledda A, Sergioli G. Towards quantum computational logics. *International Journal of Theoretical Physics* 2010;49(12):3158–65. URL: <https://doi.org/10.1007/s10773-010-0368-4>. doi:10.1007/s10773-010-0368-4.
- [23] Liu Z, Huang X, Hu Z, Khan MK, Seo H, Zhou L. On emerging family of elliptic curves to secure internet of things: ECC comes of age. *IEEE Trans Dependable Sec Comput* 2017;14(3):237–48. URL: <https://doi.org/10.1109/TDSC.2016.2577022>. doi:10.1109/TDSC.2016.2577022.
- [24] Liu Z, Weng J, Hu Z, Seo H. Efficient elliptic curve cryptography for embedded devices. *ACM Trans Embedded Comput Syst* 2017;16(2):53:1–53:18. URL: <http://doi.acm.org/10.1145/2967103>. doi:10.1145/2967103.
- [25] Massey J. An introduction to contemporary cryptology. *Proceedings of the IEEE* 1988;76:533–49.
- [26] Nielsen M, Chuang I. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2011.
- [27] Qiu L, Sun X, Xu J. Categorical quantum cryptography for access control in cloud computing. *Soft Computing* 2017;URL: <https://doi.org/10.1007/s00500-017-2688-2>. doi:10.1007/s00500-017-2688-2.
- [28] Selinger P. Dagger compact closed categories and completely positive maps: (extended abstract). *Electr Notes Theor Comput Sci* 2007;170:139– 63. URL: <https://doi.org/10.1016/j.entcs.2006.12.018>. doi:10.1016/j.entcs.2006.12.018.
- [29] Shor PW. Polynomial time algorithms for discrete logarithms and factoring on a quantum computer. In: Adleman LM, Huang MA, editors. *Algorithmic Number Theory, First International Symposium, ANTS-I, Ithaca, NY, USA, May 6-9, 1994, Proceedings*. Springer; volume 877 of *Lecture Notes in Computer Science*; 1994. p. 289. URL: http://dx.doi.org/10.1007/3-540-58691-1_68. doi:10.1007/3-540-58691-1_68.
- [30] Sun X, Wang Q, Kulicki P, Zhao X. Quantum technique for access control in cloud computing I: Quantum imperative logic. *Studia Logica* 2017;:- Submitted.
- [31] Yanofsky N, Mannucci M. *Quantum Computing for Computer Scientists*. Cambridge University Press, 2008.